

А. Л. Жохов, А. Н. Капинос, М. А. Рогозина

Особенности создания учебных ситуаций и генерирования задач в обучении математике учащихся общеобразовательной школы

Цель статьи – приглашение к сотрудничеству в создании *комплекта* учебных ситуаций и задач, служащих развитию когнитивных способностей учащихся. Главное назначение такого сборника – способствовать *обучению и воспитанию математикой*. Учебная ситуация по своей педагогической роли представляет собой учебный аналог так называемой *жизненно важной для субъекта ситуации*. Последняя, в свою очередь, – это всегда ситуация выбора, содержащая в себе некоторое затруднение, преодоление или не преодоление которого ведет к формированию у него мировоззренческого *микромеханизма* разрешения такого затруднения (как целостного качества личности – единства эмоции-отношения, представления-знания, «программы» действий в их взаимосвязях). Часто это проявляется в форме побуждений к познанию, установок, позиций по отношению к чему-либо, кому-либо и – главное – деятельности по разрешению ситуации. И вот когда субъект включается в деятельность, начинают работать все ее составляющие: появляется *мотив*, осознается *цель*, намечаются *средства* и *действия* ее достижения, формулируется ряд *задач* как *план* дальнейшей работы. В статье обсуждаются характеристики и компоненты девяти учебных ситуаций, соотнесенных к периодам обучения. В этой связи дальнейшую работу над предлагаемым методическим проектом целесообразно организовать как разработку серий учебных заданий и учебных ситуаций по выбранным темам.

Ключевые слова: учебная ситуация, учебные задания, когнитивные способности, обучение математике, методический проект.

A. L. Zhokhov, A. N. Kapinosov, M. A. Rogozina

Features of Formation of Educational Situations and Generation of Tasks in Mathematics Training of Schoolchildren in Comprehensive School

The purpose of the article is to invite to cooperation in creation of a *set* of educational situations and tasks, in order to develop cognitive abilities of pupils. The main purpose of such a collection is to promote *education and up-bringing* by means of Mathematics. The educational situation due to its pedagogical role represents an educational analog of a so-called *vital situation for the subject*. The latter, in turn, is always a situation of a choice comprising some difficulty, overcoming or not overcoming of which leads to formation of the world outlook micromechanism to solve this difficulty (as a complete quality of the personality – unity of emotion-relation, representation- knowledge, "a programme" of actions in their interrelations). Often it is shown in the form of motives to knowledge, purposes, positions towards something, someone and – the main thing – to the activity to solve the situation. And when the subject is included into the activity all its components start to "work": a motive *appears*, a *purpose* is realized, *means* and *actions* of its achievement are outlined, a number of *tasks* as the *plan* of further work is formulated. In the article characteristics and components of nine educational situations correlated by the periods of training are discussed. In this regard it is necessary to organize further work on the offered methodical project as development of series of educational tasks and educational situations on the chosen subjects.

Keywords: an educational situation, educational tasks, cognitive abilities, training Mathematics, a methodical project.

Название проекта требует небольшого пояснения... Вспоминается популярная в 80-е годы прошлого века юмористическая сценка в исполнении Геннадия Хазанова – забавный случай со студентом кулинарного училища на экзамене:

(Экзаменатор) - *Определите, чего не хватает в Вашем борще.*

- *Х-х-л-е-е-ба...*

Смех в зале...

Над чем и почему смеялись люди?

Одна версия: над образом нерадивого студента, искусно представленного знаменитым и талантливим артистом – бывает: такой ученик! И ничего не сделаешь...

Версия вторая: так уж учат в этом техникуме... У нас-то не так, у нас лучше: даже самый нерадивый ответит правильно на столь простой вопрос. Можно найти и другие объяснения. Но все они сводятся к одному: *обучение не достигло запланированного результата*. А это – хотим мы

признавать или не хотим – и раньше встречалось, и теперь встречается нередко.

В чем же причины? Авторы статьи придерживаются еще одной версии. Суть ее в том, что в подавляющем большинстве случаев обучение (в школе или вузе) воспринимается обучаемым (да и обучающим) как навязанное откуда-то сверху. Учитель (преподаватель) чаще всего принимает это как нечто само собой разумеющееся и объясняет (для себя и других): это определено программой, в конце концов – министерством, изменить это можно лишь в заданных рамках и придерживаясь наработанных методик...

А учащийся? Наиболее часто он слышит фразу: «Решим задачу...»

Уважаемый читатель, хотя бы на минутку представьте себя в роли ученика и вначале шепотом, потом громче произнесите: *за-да-ча*. Мы предполагаем, что несколько раз подряд вдумчиво произнесенное это слово у многих из вас (исключая, быть может, профессионалов от математики) вызовет ощущение чуждости, навязанности. А ситуация?

В ряде работ одного из авторов этой статьи [3, 4, 6] обосновано, что учебная ситуация (УС) по своей педагогической роли представляет собой учебный аналог так называемой *жизненно важной для субъекта ситуации*. Последняя, в свою очередь, – это всегда ситуация выбора, содержащая в себе некоторое затруднение, преодоление или непреодоление которого ведет к формированию у него мировоззренческого *микромеханизма* разрешения такого затруднения (как целостного качества личности – единства эмоции-отношения, представления-знания, «программы» действий в их взаимосвязях). Часто это проявляется в форме побуждений к познанию, установок, позиций по отношению к чему-либо, кому-либо и – главное – деятельности по разрешению ситуации. И вот когда субъект включается в деятельность, начинают работать все ее составляющие: появляется *мотив*, осознается *цель*, намечаются *средства* и *действия* ее достижения, формулируется ряд *задач* как *план* дальнейшей работы... Таким образом, наша позиция состоит в том, что учебные задачи (УЗ) зарождаются в рамках УС или порождают ее в роли ее организующего ядра. Именно это и послужило для нас побудительным мотивом и основанием создания предлагаемого комплекта УС и УЗ.

В условиях образовательного процесса целесообразно специально создавать и целенаправленно использовать учебные мировоззренческие

ситуации (УС) как **педагогический инструмент** оказания помощи познавательной деятельности и формирующемуся мировоззрению растущего человека.

В условиях обучения любым учебным дисциплинам важно не только учитывать возможность появления УС, но нужна специальная работа учителя по их созданию, желательно вместе с учащимися, по выявлению внутри них и формулировке на этой основе разнообразных УЗ, прежде всего как «задач для себя». Предполагается, что создаваемый методический проект окажет помощь учителю (особенно начинающему) в организации познавательной деятельности учащихся или студентов при изучении с ними тех или иных фрагментов учебных математических дисциплин. В связи с этим наша дальнейшая задача – познакомить читателя с созданными нами или «подсмотренными» в опыте работы учителей примерами УС и, как промежуточный итог, задать возможные темы для их разработки.

Учебная ситуация (УС) создается при взаимодействии учителя ($У_л$), ученика ($У_к$) и связывающего их некоторого произведения культуры (ПК). Заметим, что эти обозначения вполне пригодны и в условиях вузовского обучения. ПК содержит (или должно содержать) в себе «неустойчивое противостояние», «темноту как отсутствие света, мучительно нас раздражающее» [9, с. 198] и выступает как материализованный носитель (методический инструмент) создания соответствующей УЗ. Так что структуру УС можно представить в виде: $УС = \langle У_л; ПК; У_к \rangle \approx \langle У_л; УЗ; У_к \rangle$. При этом под УЗ будем понимать единство двух компонентов: некоторого массива содержательных (предметных) данных и некоторой совокупности заданий для учащихся, согласованных с ПК, предметными данными и несущих в себе какие-либо функции – воспитательные, развивающие или учебные. В связи со сказанным, *типы УС согласуются с типами УЗ и воспитательных «сверхзадач»*.

В соответствии с принятым пониманием УС, среди учебных заданий ее ядра (УЗ) в наличии должны быть такие, которые направляют ученика на выработку у себя или способствуют формированию у него тех или иных ориентиров деятельности и личностных качеств. В числе последних могут быть взяты те, которые приведены нами [4, с. 61, 113, 157], или те, которые учитель или преподаватель считает нужным формировать у школьников или студентов. Сказанное по этому поводу поясним на примерах некото-

рых учебных ситуаций, условно соотнесенных с периодом обучения.

Ситуация 1 (5 - 6 классы). Маме для консервации грибов потребовался 8% раствор уксусной кислоты. В домашнем хозяйстве имеется 70% уксусная кислота. *Какой совет дать маме для разбавления концентрированного раствора кислоты до нужного 8%? Можно ли составить общие рекомендации, как понизить (повысить) процент раствора заданного вещества?*

Ситуация 2 (5 - 9 классы). В ближайшем рыбном хозяйстве был сооружен пруд для разведения зеркального карпа. Запустили малька, и через некоторое время перед работниками хозяйства встали вопросы: какой доход следует ожидать от продажи рыбы населению? Как следует распределить рабочих для отлова рыбы? Как помочь в решении этих вопросов, сможем ли мы дать разумные рекомендации, как это сделать?

Ситуация 3 (5 - 10 классы). Представим себе, что мы – жители Древнего Египта, и у нас есть участки земли в пойме реки Нил. Я и кто-то из вас (кто желающий?) имеем участки с общей границей по линии AN, а вместе наши участки имеют форму четырехугольника ABCD. Участки до разлива реки имели одинаковую площадь. Предположим, что до разлива реки так хорошо удалось закрепить шесты во всех вершинах, что после спада воды их отыскали. И лишь шест N исчез бесследно. Можно ли восстановить границу по AN так, чтобы наши участки по-прежнему были одинаковой площади?

Ситуация 4 (8 - 11 классы и студенты). При застройке некоторого жилого массива общей жилой площадью, например, 40000 кв. м, строительная фирма встала перед необходимостью определения затрат на строительство. Естественно при этом стремиться к определению наименьшей стоимости застройки. Какую сумму затрат планировать, как мы можем участвовать в таком планировании и что для этого нам нужно сделать?

Заметим, что приведены примеры именно ситуаций, а не математических задач – задачи надо еще «увидеть», сформулировать, причем это ситуации действительно с «ученическим» лицом, то есть обращенные непосредственно к учащимся. Как правило, даже «слабые» ученики (по наблюдениям учителей) «вдруг» начинают чувствовать себя участниками (!) подобного рода ситуаций и начинают предлагать свои версии их разрешения. Это – уже начало их движения к постижению собственной деятельности, к осозна-

нию своих действий и используемых средств (в том числе и таких, как определения, теоремы) и т.п., то есть – к постижению азов научного познания.

Конкретизированные задания подобных типов УС и УЗ составляются по следующей схеме: (1) определяется система взаимосвязанных качеств, формирование которых запланировано на серию занятий или на весь курс обучения (тип УС); (2) эти качества переводятся в форму общих вопросов: что нужно сделать для формирования нужных качеств? (3) Используя намеченный к изучению программный материал, мы подбираем необходимый массив содержательных данных, взятых из опыта, из СМИ или школьных пособий, и на него налагается серия ранее приведенных или других вопросов. Многие задания имеют комбинированный тип.

Выделим некоторые апробированные на практике *типы УЗ* и соотнесенных с ними УС.

УЗ типа 1 (УЗ-1 – воспроизводство знаний). Дано: различные характеристики реально существующих, встречающихся в природе, в практике человека или идеальных объектов или явлений (характеристики могут быть не связаны между собой ни по содержанию, ни по предметной области).

ЗАДАНИЯ: 1. Проанализируйте имеющиеся характеристики: назовите их, сопоставьте друг с другом; скажите, что они отмечают (выделяют) в данных объектах (явлениях). По возможности, отнесите их к одному или разным группам (типам, классам); опишите характеристики словами, символами. 2. Найдите математические зависимости между некоторыми характеристиками, выразите найденные зависимости в символической или другой форме. 3. Скажите, какую связь (связи) между характеристиками отражает выявленная зависимость, к какой области математических знаний она относится, расскажите об этом товарищу или зафиксируйте письменно. 4. Найдите в учебниках или приведите свои другие примеры найденной зависимости.

УЗ типа 2 (УЗ-2 – воспроизводство математической деятельности). Дано: 1) набор математических символов (обозначений чисел, букв, названий фигур и т.п.); 2) набор знаков математических действий над соответствующими математическими объектами.

ЗАДАНИЯ: 1. Используя символы из обоих наборов, составьте известные вам: а) формулы (со знаком =); б) другие выражения, не содержащие знаков <; =; >; г) неравенства. 2. Составьте

выражения или формулы, которые вам еще не встречались (нарушать правила использования знаков запрещается!); составьте с использованием тех же символов имеющие смысл утверждения. 3. Объясните полученные вами новые зависимости или утверждения, как вы их понимаете (например, с использованием ранее известных зависимостей, примеров, в том числе из жизни и т.д.); отметьте совершенно новые для вас выражения или утверждения. 4. По возможности найдите примеры из знакомых вам областей знаний (физики, техники, химии и т.п.), из окружающего вас природного мира или придумайте свои на применение новой зависимости, выделите такие примеры из сообщений учителя, учащихся или из книг, в том числе и по другим областям знаний. 5. Объясните ваши шаги, приведшие к новой зависимости или сформулированному вами утверждению. 6. Сделайте вывод о том, в какой очередности могут быть получены математические зависимости и найдены их реальные прообразы.

УЗ типа 3 (УЗ-3 – знакомство с построением «маленьких теорий»). Дано: 1) некоторый набор математических утверждений, относящихся, в частности, к разным областям математических знаний; 2) несколько изолированных, единичных утверждений.

ЗАДАНИЯ: 1. Определите, какие утверждения из данного набора относятся к одной предметной области знаний (к одной системе понятий, фигур, к одному кругу задач, методов их решения, к одной теории и т.п.), отделите прочие; объясните ваши действия, назовите предметную область знаний для большинства выделенных утверждений. 2. Определите, какие из изолированных утверждений относятся к той же предметной области, объясните свой вывод. 3. Ответьте на вопрос: нельзя ли в выделенном наборе утверждений указать основные, главные – обосновывающие утверждения – и утверждения-следствия? Если можно, то с опорой на интуицию отберите минимальный набор обосновывающих (главных) утверждений. 4. Докажите какие-нибудь из изолированных утверждений на основе выбранного вами минимального набора обосновывающих. 5. Сформулируйте какие-нибудь следствия этой теории, докажите их. Вы построили «маленькую» теорию.

УС(З)-4 – овладение математическим языком и речью, обучение общению, развитие интуиции.

Дано: некоторый математический объект. Он может быть задан в форме, например, описания текстом, отдельными словами или жестами, рисунком, системой символов, текстовой задачей, примером и т.п.

ЗАДАНИЯ: 1. Назовите объект, о котором говорится в «дано», выделите заданные в тексте характеристики этого объекта (свойства, связи с другими объектами, количественные, структурные характеристики и пр.). 2. Какими еще характеристиками обладает этот объект? Опираясь на описание объекта в «дано» и ваши представления, расскажите о нем все что знаете, что вам известно или представляется вашему уму, расскажите так, чтобы вас поняли. 3. Сформулируйте к данному в тексте описанию объекта ряд вопросов, выделите в нем неизвестные вам свойства, выскажите предположения (гипотезы), чтобы получилось несколько различных задач. 4. Для данного объекта на основе своих интуитивных представлений подберите или постройте аналогичные по некоторым из выделенных свойств; сформулируйте для них аналогичные задачи. Почему они аналогичны предыдущим, поддаются ли они решению? 5. Предложите решение сформулированных вами задач.

УС(З)-5 – формирование системных представлений о математических понятиях, об их сходстве и различии, о переходе по аналогии.

Дано: математическое понятие или система понятий.

ЗАДАНИЯ: 1. Приведите для них какую-нибудь наглядную модель (предметную, символическую, графическую), иллюстрирующую их смысл, связи между понятиями и т.п. 2. Сформулируйте определение понятия, опишите его свойства, которые не отражены в его определении; укажите понятия, которые используются при определении данного, в описании его свойств. 3. Для системы понятий выделите связи между ними (логические, порождающие, другие связи-отношения). Расскажите об этих связях, сформулируйте соответствующие математические предложения. 4. В смежных с математикой областях знаний для рассмотренной системы понятий найдите прообразы. Объясните расхождения или какие-то изменения в системе понятий при их применении в других областях знаний, на практике. 5. От данных понятия или системы понятий перейдите к аналогичным, используя известные действия и операции. Исследуйте аналогичные объекты, сформулируйте по отношению к ним гипотезу, задачи.

УС(З)-6 – осознание деятельности, ее алгоритмизация в соответствии с правилом (определением), свертывание алгоритма в правило.

Дано: математическое правило, применение которого к конкретным объектам приводит к определенному результату (например, правила сложения дробей, умножения многозначных чисел, рациональных чисел; раскрытия скобок, действий с неравенствами; дифференцирования и интегрирования функций, вычисление определенного интеграла по определению и т.п.).

ЗАДАНИЯ: 1. Объясните своими словами свои действия в соответствии с данным правилом или определением; выделите отдельные шаги. 2. Укажите последовательность, в которой нужно выполнять выделенные вами шаги; попробуйте выполнить эту последовательность шагов над конкретными данными. Все ли шаги вами выделены? Получается ли нужный результат? Пополните систему действий (шагов), уточните их. 3. Постройте алгоритмы действий, соответствующих применению рассмотренного правила (в конкретном или любых возможных случаях). 4. На основе построенного (выделенного) вами или известного алгоритма деятельности сформулируйте краткое правило так, чтобы в нем сохранились ясность деятельности по получению заданного результата, главные шаги деятельности, возможность пользоваться им другими. 5. Рассмотрите какую-нибудь деятельность с математическими объектами (вначале известную вам, затем новую, еще не изученную, например, описанную на дальнейших страницах учебника). Постройте для нее последовательность шагов, алгоритм. Затем по алгоритму сформулируйте правило действий с данными объектами.

УЗ(С)-7 (формирование начальных представлений о пользе математики и первых шагов познания). Учащимся 5 класса предлагается (может быть предъявлен в разных формах) следующий набор данных.

Дано: 15 тонн – грузоподъемность одной автомашины. До обеда с грузом приехало 5 машин, после обеда еще «с» машин.

Учащимся последовательно предлагаются следующие задания:

1. Составьте какую-нибудь задачу по приведенным данным. 2. Пусть требуется найти количество груза, которое привезли все машины за весь день. Обозначим это количество буквой x . Составьте выражение, с помощью которого можно было бы определить x по известным данным. Сформулируйте полностью задачу. 3. При

решении сформулированной задачи мы получили выражение: $x = 15(5 + c)$. Какие значения может принимать переменная c ; переменная x ? Могут ли они принимать значения 10; 3; 0; 6,7; 100; 1/2? (В 6 классе целесообразно в ряд приведенных значений внести отрицательные числа, в старших классах – иррациональные). А если «забыть» о задаче? Какие из приведенных значений может принимать каждая переменная без взаимосвязи с другой переменной? Во взаимосвязи с ней? Какие не может? 4. Дана формула $x = 15(5 + c)$. Придумайте какую-нибудь задачу, придавая переменным и постоянным какой-нибудь смысл...

Заметим, что в результате описанной процедуры «навешивания» разных учебных заданий на один и тот же массив данных (каждое из таких заданий несет на себе соответствующую воспитательную цель), мы получили серию учебных задач (УЗ), вводящих учащихся в несколько отличающиеся друг от друга учебные ситуации (УС). Деятельность учащихся по разрешению таких ситуаций приводит к формированию у них целого спектра мировоззренческих качеств [4, с. 117-119], причем идет на разных уровнях – от простейших представлений до понимания и приобретения некоторых важных умений.

В приведенном примере УЗ организация работы началась с предъявления учащимся данных для одной задачи, закончилась же она требованием составить свои задачи по полученной формуле. Можно было бы несколько по-иному организовать описанную деятельность: опытные учителя разным группам учащихся класса предлагают в начале урока набор одинаковых числовых данных, но имеющих для каждой группы различный прикладной смысл, хотя и приводящий в результате к одной формуле. Тем самым, во-первых, учащиеся сразу же начинают осознавать, что разные по сюжету и смыслу задачи могут описываться одинаковыми математическими конструкциями, во-вторых, учащимся оказывается помощь при выполнении задания 4. В результате удается добиться большей самостоятельности и большего разброса сюжетов формулируемых учащимися задач, к чему и надо стремиться.

УС-7 (продолжение). После соответствующей работы ученики дают следующие «прочтения» уже знакомой формулы: 1) Имеется альбом в 15 страниц, на каждой странице по 5 российских и «с» иностранных марок. Сколько всего в альбоме марок? 2) Велосипедист ехал со скоростью 15 км/ч. После «с» часов езды он сделал привал,

затем еще ехал до конечного пункта 5 ч. Сколько всего километров проехал велосипедист?

Можно утверждать, что с помощью приведенного типа учебных задач, включая и только что описанный вариант, с учащимися организуется вполне *определенный вид* учебной работы:

- *составление однотипных выражений для разных по сюжету задач и обратное действие – составление различных по сюжету задач для одного и того же математического выражения.*

Отметим, что два указанных и вообще говоря «противонаправленных» вида деятельности целесообразно сочетать и использовать в обучении как один вид работы: в сочетании они способствуют преодолению в сознании учащихся некоторых барьеров познавательного и мировоззренческого характера [4, с.194, 197]. На подготовительном этапе этот вид работы полезно завершать выводами, предлагаемыми учителем, например, в такой форме:

«Мы решали разные задачи, но получили одну и ту же формулу, один и тот же математический объект. Почему такое возможно? Потому что в разных рассмотренных нами реальных ситуациях между различными величинами имеют место однотипные связи (отношения; или по-другому: они находятся в одинаковых связях друг с другом, имеют одну и ту же геометрическую форму и т.п.). Такого рода однотипные связи и изучает математика, помогая открывать их человеку и ориентироваться в мире». Подобный вывод целесообразно закрепить какой-нибудь общей схемой, в которой наглядно сравниваются разные по своей природе реальные объекты, но описываемые одинаковыми математическими конструкциями.

По ситуации 7 заметим еще, что в предлагаемом там задании фактически закладываются основы еще одного вида учебной работы, естественно продолжающего предыдущий и формирующего у учащихся соответствующие мировоззренческие качества, а именно:

- *установление различия в понимании входящих в математический объект (в данном случае – выражение) отдельных составляющих его элементов (переменных, постоянных, геометрических фигур и т.п.): различия в их трактовке, границ их изменения в соответствии с задачей ситуацией и пр., а также разумных изменений самого математического объекта с установлением возможных границ.*

Отметим еще один момент в отношении приведенного примера. Помимо того, что рассмот-

ренный набор УЗ создает серию взаимосвязанных УС, некоторые из этих заданий могут в дальнейшем стать продолжением вплоть до задания новой УЗ со своим набором заданий, направленных на формирование либо тех же мировоззренческих качеств, но на более высоком уровне, либо связанных с ними других качеств личности. При этом возможен переход к УЗ других типов. Так образуются связки УЗ и УС и, соответственно, цепочки целостных актов познавательной деятельности по их разрешению, что соответствует логике этой деятельности [4]. Так, например, взяв за основу полученное выражение $15(5+c)$, можно пойти не только по пути УЗ типа 4 (почти как в примере), но и УЗ-1, 5 и других. Тем самым мы можем конструировать учебный процесс, ориентируясь не столько на логику учебного материала в учебнике, сколько на логику формирования и дальнейшего развития тех или иных групп личностных качеств учащихся.

Для формирования личного позитивного отношения к изучаемым знаниям учащиеся могут быть включены в ситуации, возникающие в других областях человеческих знаний, либо близкие к опыту учащихся и привлекательные для них. К их числу можно отнести, например, такую ситуацию, которая может перерасти в *ученический проект*. В качестве примера приведем

УС-7 (формирование *ученического проекта* коллективной деятельности как личного отношения к знаниям и мотива деятельности индивида).

В начале урока по теме «Масштаб» (5 класс) учитель говорит: «Нам нужно выбрать маршрут летнего отдыха на лодках. Предлагается два маршрута: первый – по реке Ингулец от г. Кривой Рог до г. Ингулец, второй – вдоль берега Каховского водохранилища от г. Никополь до с. Нововоронцовка. При выборе маршрута нужно учесть, что мы можем находиться в пути 4–6 дней. Как выбрать маршрут?» (Выбор такой ситуации согласуется с целями подготовительного этапа).

Обычно подобную цель коллективной деятельности принимают для себя все учащиеся класса и достаточно быстро включаются в ее решение. После первых противоречивых эмоций («Давайте по морю!», «По Ингульцу проще!» и т.п.) дети осознают главное: определение маршрута возможно, если научиться *сравнивать* разные маршруты *с помощью какого-то эталона*. Возникает необходимость обратиться к карте и представить по ней оба указанных маршру-

та. Ученики постепенно осознают, что непосредственно, например, с помощью наложения карт, маршруты нельзя сравнивать и что в конечном итоге сравнивать надо длины изображенных на карте линий. Учитель подводит учащихся к пониманию необходимости выполнить следующие учебные задачи: а) найти общую мерку (примерно так, как искали ее герои известного мультфильма, пытаясь найти длину удава в попугаях, обезьянах и т.п.); б) найти способ сравнения нужных величин через выбранную мерку (на этом этапе лучше пользоваться картой Днепропетровской области; учащиеся осознают, что в итоге приходится сравнивать числа, показывающие, сколько раз выбранная мерка укладывается в каждой из сравниваемых величин); в) узнать стандартные мерки, научиться сравнивать их (*в роли такой стандартной мерки и выступает масштаб*; на этом этапе целесообразно использовать две карты разных масштабов); г) научиться пользоваться стандартными мерками.

При таком подходе учащиеся, как правило, принимают мотивировку изучения темы, не остаются к изучаемому материалу равнодушными и, что очень важно, понимают цели своей дальнейшей работы. Одновременно учителем создаются условия для следующего вывода: «Математика помогла нам понять общий способ сравнения объектов, изображенных на карте: мы можем их сравнивать с помощью масштаба, имеющегося на каждой карте. Математика же помогла нам выбрать тот маршрут летнего отдыха, который для нас более всего приемлем и расходы на который мы можем рассчитать. В такой прогнозирующей роли – сила математики». Подобный вывод учащиеся понимают через свою деятельность и потому принимают его.

УС-8 (*формирование представлений о прогнозирующей и познавательно-преобразующей роли математики*).

Формирование представлений о прогнозирующей роли математики должно быть продолжено в старших классах, в том числе и на материале самой математики или на материале естественных дисциплин. В первом случае целесообразно противопоставлять догадку, полученную на основе, например, индуктивных выводов или выводов по аналогии, с ранее уже изученными формулами, теоремами и т.п. Так, например, в 7 классе перед изучением теоремы Пифагора учащиеся вводятся в ситуацию «построения» прямого угла на местности (например,

на полу классной комнаты) с использованием только веревки (!): можно ли это сделать и как без использования других инструментов? Способ находится эмпирически (проб и ошибок), а результат сводится, как известно, к «египетскому» треугольнику.

Но почему он всегда приводит к правильному результату? Видимо, есть какая-то закономерность в этом способе! И нам необходимо ее обнаружить и доказать (!), иначе это не будет закономерностью. Попробуем сравнить длины сторон треугольников, полученных с помощью веревок с двенадцатью равноотстоящими друг от друга узлами, но имеющими разные длины. Узнаем, что для них имеет место равенство: $a^2 + b^2 = c^2$.

Обратим задачу: для всякого ли прямоугольного треугольника справедливо это соотношение сторон? Древнегреческий ученый Пифагор доказал (а у нас есть возможность это проверить самостоятельно), что это действительно так, тем самым с помощью доказательства был обоснован *общий вывод* – для любых прямоугольных треугольников. Но можно сформулировать и доказать и *обратную* теорему, тем самым будет установлен общий случай. Установить общий случай – в этом прогнозирующая сила математики. Обратим внимание на то, что при формулировке обратной теоремы нам необходимо потребовались важные логические сведения (логическое следование, прямое и обратное утверждения, кванторы).

УС-9 (для студентов: *мотивация изучения математики и обучения математике на историко-математической основе*) [2].

Дано: предназначенный к изучению раздел или тема школьной математики. Как использовать исторический опыт развития математики для мотивации изучения данного материала?

В качестве примера приведем еще основные группы задач по формированию начал математико-диалектического мышления обучающихся:

1. Вскрытие с учащимися элементов диалектики вещей, нашедших свое отражение в математических конструкциях.

2. Ознакомление учащихся на доступном для них уровне со смыслом некоторых категорий и законов диалектики, действующих и проявляющихся в процессе и результатах математического познания.

3. Формирование у учащихся умений обнаруживать и использовать элементы диалектики в

процессе познания математики, а с ее помощью – и в окружающей действительности.

4. Ознакомление учащихся с элементами диалектики развития математической культуры (общества и отдельного человека).

5. Формирование понимания диалектики процесса математического познания действительности и представлений об особенностях диалектических связей его результатов с познаваемым миром.

По нашим представлениям основной смысл (цель) типа ситуации определяется той или иной главенствующей целью познавательной математической деятельности субъекта обучения. Ситуации и задачи могут быть отнесены к различным периодам обучения математике. В этой связи дальнейшую работу над предлагаемым методическим проектом целесообразно организовать как разработку серий УЗ и УС по следующим темам:

Формирование начальных механизмов познавательной деятельности; Игровые, организационные, производственные ситуации и задачи в обучении математике; Как появляется математическая модель; Реалистическое отношение к действительности и обучение математике; Стратегия и тактики познавательной математической деятельности; Обобщенная модель математического познания в задачах и ситуациях. Аналогия и развитие математического творчества; Прикладные и коммуникативные задачи и ситуации в обучении математике; Элементы эстетического подхода в задачах и ситуациях; Задачи и ситуации по развитию диалектического мышления; Элементы историзма и развитие математического мировоззрения.

Библиографический список

1. Декарт Р. Рассуждение о методе с приложениями: Диоптрика, Метеоры, Геометрия. [Текст] / Р.Декарт ; М., 1953; Избранные произведения. М., 1950.
2. Гильмуллин, М.Ф. Формирование исторического компонента профессионального опыта и культуры будущего учителя математики [Текст] / М.Ф. Гильмуллин, А.Л. Жохов // Ярославский педагогический вестник. – 2009. № 60. – С. 103-106.
3. Жохов, А.Л. О комплексном подходе и технологии вовлечения обучаемых в конкретные формы творческой деятельности [Текст] / А.Л.Жохов, В.А. Мазиллов, А.А. Певзнер, Н.И. Перов // Психология XXI столетия. Том 2 / под ред. В.В.Козлова. Ярославль: МАПН, 2006. - С. 54-66.
4. Жохов, А.Л. Мировоззрение: становление, развитие, воспитание через образование и культуру

[Текст]: монография / А.Л.Жохов. – Архангельск: ННОУ. – Институт управления: Ярославль: ЯФ ИУ, 2007. - 348 с.

5. Жохов, А.Л. Применение аналогии в процессе обучения математическим понятиям [Текст] / А.Л.Жохов // Современ. проблемы физико-математ. образов.: Вопросы теории и практики: всероссийская коллективная монография; под общ. ред. проф. И.Г. Липатниковой. – Екатеринбург: УрГПУ, Изд. АМБ. 2012. – Гл XI, с.198-212

6. Капинос А.М., Білоусова Г.І. и др. Математика: Посібник для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2011.– 400с.

7. Киринослова, О.А., Жохов, А.Л. Некоторые возможности интегрирования знаний и умений студентов-математиков при изучении основ математического анализа [Текст] // Математика и физика...: материалы междунар. конфер. «Чтения Ушинского» физ.-матем. факультета. – Ч.П. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011.–С.12-20.

8. Мамардашвили, М.К. Как я понимаю философию [Текст] / М.К.Мамардашвили ; 2-е изд., изменен. и дополн. / сост. и общ. ред. Ю.П. Сенокосова. М.: Издат. группа «Прогресс»; «Культура», 1992.– 416с.

9. Смирнов, Е.И. Дидактическая система математического образования студентов педагогических вузов [Текст] : дис...докт. пед. наук. Ярославль, 1998. -359 с.

10. Розин, В.М. Методология: становление и современное состояние [Текст] : учеб. пособие для вузов / В.М.Розин. - М.: Московский психолого-социальный институт, 2005. – 414с.

11. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего профессионального образования [Текст]. – М.: 2007. - 27 с.

12. Ястребов, А.В. Дуалистические свойства математики и их отражение в процессе преподавания [Текст] / А.В.Ястребов // Ярославский педагогический вестник. – 2001. - №1. – С. 48-53.

Bibliograficheskiy spisok

1. Dekart R. Rassuzhdenie o metode s prilozheniyami: Dioptriya, Meteory, Geometriya. [Tekst] / R.Dekart ; M., 1953; Izbrannyye proizvedeniya. M., 1950.
2. Gil'mullin, M.F. Formirovaniye istoricheskogo komponenta professional'nogo opyta i kul'tury budushchego uchitel'ya matematiki [Tekst] / M.F. Gil'mullin, A.L. Zhokhov // Yaroslavskiy pedagogicheskiy vestnik. – 2009. № 60. – S. 103-106.
3. Zhokhov, A.L. O kompleksnom podkhode i tekhnologii vovlecheniya obuchaemykh v konkretnyye formy tvorcheskoy deyatel'nosti [Tekst] / A.L.Zhokhov, V.A. Mazilov, A.A. Pevzner, N.I. Perov // Psikhologiya XXI stoletiya. Tom 2 / pod red. V.V.Kozlova. Yaroslavl': MAPN, 2006. - S. 54-66.

4. Zhokhov, A.L. Mirovozzrenie: stanovlenie, razvitie, vospitanie cherez obrazovanie i kul'turu [Tekst]: monografiya / A.L.Zhokhov. – Arkhangel'sk: NNOU. – Institut upravleniya: YAroslavl': YAF IU, 2007. - 348 s.

5. Zhokhov, A.L. Primenenie analogii v protses-se obucheniya matematicheskim ponyatiyam [Tekst] / A.L.Zhokhov // Sovrem. problemy fiziko-matemat. obrazov.: Voprosy teorii i praktiki: vserossiyskaya kollektivnaya monografiya; pod obshh. red. prof. I.G. Lipatnikovoj. – Ekaterinburg: UrGPU, Izd. AMB. 2012. – Gl XI, s.198-212

6. Kapinosov A.M., Bilousova G.I. i dr. Matematika: Posibnik dlya pidgotovki do zovnishn'o nezalezh-nogo otsinyuvannya. – Ternopil': Pidruchniki i posibniki, 2011.– 400s.

7. Kirsova, O.A., Zhokhov, A.L. Nekotorye vozmozhnosti integrirovaniya znaniy i umeniy studentov-matematikov pri izuchenii osnov matematicheskogo analiza [Tekst] // Matematika i fizika...: materialy mezhdunar. konfer. «CHteniya Ushinskogo» fiz.-matem. fakul'teta. – CH.II. – YAroslavl': Izd-vo YAGPU, 2011.– S.12-20.

8. Mamardashvili, M.K. Kak ya ponimayu filo-sofiyu [Tekst] / M.K.Mamardashvili ; 2-e izd., izmenen. i dopoln. / sost. i obshh. red. YU.P. Senokosova. M.: Izdat. gruppy «Progress»; «Kul'tura», 1992.– 416s.

9. Smirnov, E.I. Didakticheskaya sistema matematicheskogo obrazovaniya studentov pedagogicheskikh vuzov [Tekst] : dis...dokt. ped. nauk. YAroslavl', 1998. - 359 s.

10. Rozin, V.M. Metodologiya: stanovlenie i sovremennoe sostoyanie [Tekst] : ucheb. posobie dlya vuzov / V.M.Rozin. - M.: Moskovskij psikhologo-sotsial'nyj institut, 2005. – 414s.

11. Federal'nyj gosudarstvennyj obrazovatel'nyj standart vysshego professional'nogo obrazovaniya [Tekst]. – M.: 2007. - 27 s.

12. Yastrebov, A.V. Dualisticheskie svoystva matematiki i ikh otrazhenie v protsesse prepodavaniya [Tekst] / A.V.Yastrebov // YAroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 2001. - №1. – S. 48-53.