

О. В. Ли

Информационные технологии в преподавании курса математического анализа в педагогическом вузе

В данной статье рассматривается применение математической программы MathCAD в преподавании темы курса математического анализа «Вычисление объема тела с помощью определенного интеграла» (из раздела «Интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных») для бакалавров по направлению «Педагогическое образование» (профиль: информатика). Математическая программа MathCAD облегчает решение сложных задач из разделов математического анализа. Разобраны причины, по которым необходимо применение данной программы, – это:

- возможность визуально показать учащимся, как будет выглядеть геометрическая фигура;
- сократить до минимума трудности в определении искомой области и ее границ;
- сократить до минимума трудности в определении взаимного расположения и линий пересечения заданных поверхностей.

Даны этапы построения решения задач по теме «Вычисление объема тела с помощью определенного интеграла». Сделан вывод о необходимости использования современных информационных технологий в преподавании курса математического анализа. Использование информационных технологий:

- способствует улучшению качества преподавания;
- способствует повышению знаний, умений и навыков учащихся и скорости их получения;
- способствует развитию пространственно-графической культуры;
- позволяет студентам моделировать геометрические объекты в трехмерном пространстве, описываемые интегральным исчислением;
- учит студентов работать с математической программой MathCAD.

Ключевые слова: информационные технологии, MathCAD, математический анализ.

O. V. Lee

Information Technologies in Teaching the Mathematical Analysis Course in the Pedagogical University

This article examines the use of the mathematical programme MathCAD in teaching the topics of the course of the mathematical analysis «Calculation of Body Volume Using the Definite Integral» (from the «Integral Calculus of Functions of One and Several Variables») for bachelors in «Teacher Education» (Profile: Computer). The MathCAD mathematical programme facilitates the solution of complex problems of the mathematical analysis sections. Reasons why it is necessary to use this programme are collated, they are:

- an ability to visually show students how a geometric figure will look like
- to minimize the difficulties in determining the required domain and its boundaries
- to minimize the difficulties in defining the mutual arrangement and lines crossing the given surface.

Stages of construction of problems solution on «Calculating the Volume of the Body with the Help of the Definite Integral» are given. The conclusion about the necessity of modern information technologies in teaching of the Mathematical Analysis Course. This is that the use of information technology:

- improves the quality of teaching
- contributes to the knowledge and skills of students and their production rate
- contributes to the development of space-graphic culture
- allows students to model geometric objects in the three-dimensional space described by integral calculus
- allows students to learn how to work with such a mathematical programme as MathCAD.

Keywords: Information Technology, MathCAD, a mathematical analysis.

В данной статье рассматривается применение математической программы MathCAD в преподавании темы курса математического анализа «Вычисление объема тела с помощью определенного интеграла» (из раздела «Интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных»)

для бакалавров по направлению «Педагогическое образование» (профиль: информатика).

Преподаватель-предметник не может игнорировать тот факт, что применение современных информационных технологий и соответствующей им программно-технической платформы в преподавании курса математического анализа в

педвузе является актуальной проблемой на сегодняшний день. Во-первых, это связано с тем, что нужно повышать уровень заинтересованности студентов в изучении тем данной дисциплины. Во-вторых, возникает проблема интеграции накопленных методических знаний и дидактических материалов с возможностями ИКТ.

Математическая программа MathCAD облегчает решение сложных задач из разделов математического анализа и позволяет готовить электронные уроки, книги, видеофильмы с использованием новейших мультимедийных средств.

Если рассмотреть изучение темы «Вычисление объема тела с помощью определенного интеграла» из раздела «Интегральное исчисление функции одной и нескольких переменных» курса математического анализа, то здесь крайне необходимым в преподавании будет применение программы MathCAD по ряду причин:

- возможность визуально показать учащимся, как будет выглядеть геометрическая фигура;
- сократить до минимума трудности в определении искомой области и ее границ;
- сократить до минимума трудности в определении взаимного расположения и линий пересечения заданных поверхностей.

В результате студенты смогут без труда представить тело, объем которого нужно найти, и приступить к вычислению интеграла.

Рассмотрим этапы построения решения задач по теме «Вычисление объема тела с помощью определенного интеграла».

Тема занятия: Вычисление объема тела с помощью определенного интеграла

Целями занятия по данной теме являются:

1. Научить студентов вычислять интеграл и применять интегрирование функций в качестве одного из способов решения геометрических задач на нахождение объемов.
2. Развивать у студентов логическое мышление, пространственное воображение, умения алгоритмизировать вычислительные действия.
3. Воспитывать у студентов познавательную активность и самостоятельность.

Оборудование, которое потребуется на занятии: компьютер, мультимедийный проектор, интерактивная доска.

Постановка задач.

Замечание: графики выполняются в декартовой системе координат.

Задача I типа.

Требуется вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y_1 = f_1(x)$ и $y_2 = f_2(x)$ и, возможно, прямыми $x_1 = a$ и $x_2 = b$, вокруг оси Ox .

План решения:

1 этап

1) Если выполняется следующая система неравенств:

$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ f_1(x) \leq y \leq f_2(x), \end{cases}$$

то объем тела вычисляется по формуле

$$V = \pi \int_a^b (f_2^2(x) - f_1^2(x)) dx \quad (1)$$

Для наглядности построим график в программе MathCAD.

2) Если же неизвестны a и b , или неизвестно, какая из функций $f_1(x)$ и $f_2(x)$ больше другой на отрезке $[a; b]$, то переходим ко второму этапу.

2 этап

Находим точки a и b , как точки пересечения графиков функций $y_1 = f_1(x)$ и $y_2 = f_2(x)$. Для этого нужно решить уравнение $f_1(x) = f_2(x)$. Для решения уравнения можно применить программу MathCAD.

Для наглядности построим график в программе MathCAD.

3 этап

Необходимо выяснить знак разности $f_1(x) - f_2(x)$ на отрезке $[a; b]$. Для этого достаточно взять любую точку из интервала $(a; b)$ и вычислить в этой точке значение разности $f_1(x) - f_2(x)$. Возможны два случая:

1) Если $f_1(x) - f_2(x) \geq 0$, то $f_1(x) \geq f_2(x)$, тогда объем тела вычисляется по формуле

$$V = \pi \int_a^b (f_1^2(x) - f_2^2(x)) dx \quad (2)$$

2) Если $f_1(x) - f_2(x) \leq 0$, то $f_1(x) \leq f_2(x)$, тогда объем тела вычисляется по формуле (1)

$$V = \pi \int_a^b (f_2^2(x) - f_1^2(x)) dx$$

Для наглядности построим график в программе MathCAD.

Замечание:

Аналогично решается задача, если тело образовано вращением фигуры вокруг оси Oy .

Пример к задаче I типа.

Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций $y_1 = 3x - x^2$ и $y_2 = 3 - x$, вокруг оси Oх.

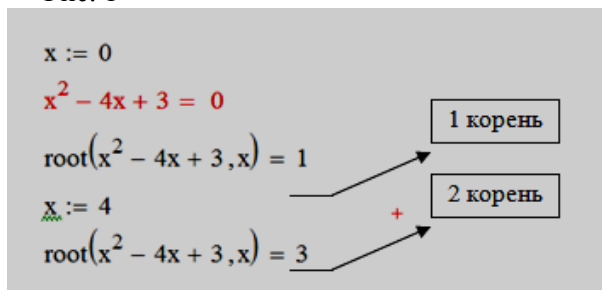
Решение:

1) В данной задаче неизвестны параметры а и b, неизвестно, какая из функций $y_1 = 3x - x^2$ и $y_2 = 3 - x$ больше другой на отрезке [a; b].

2) Найдем точки пересечения графиков функций $y_1 = 3x - x^2$ и $y_2 = 3 - x$, решая уравнение. Для того чтобы применить программу MathCAD для решения данного уравнения (рис.

1), необходимо привести его к виду $f(x) = 0$. Получим $x^2 - 4x + 3 = 0$.

Рис. 1

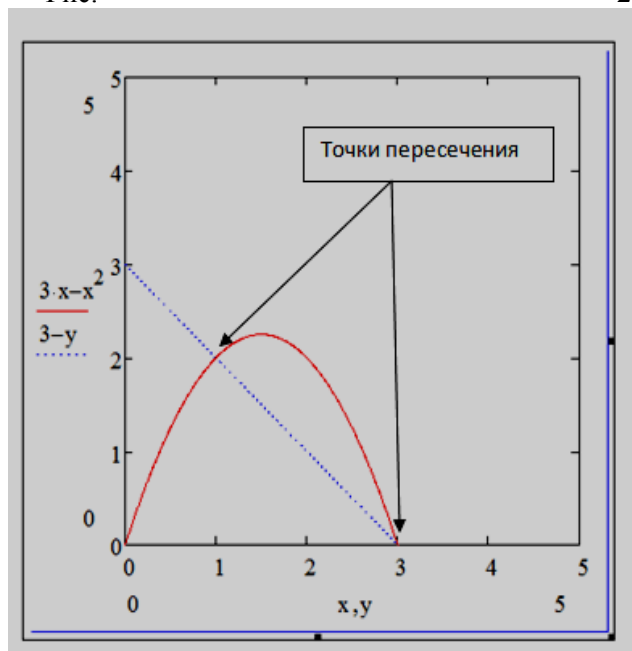


На рисунке видно, что мы получили два корня $x_1 = 1$, $x_2 = 3$.

3) Построим график в программе MathCAD. Графиком функции $y_1 = 3x - x^2$ является парабола, а $y_2 = 3 - x$ является прямая (рис. 2).

Рис.

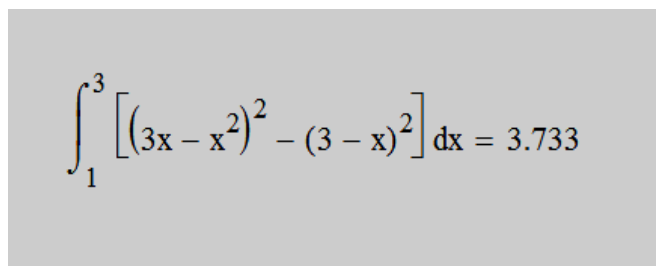
2



4) Выясним знак разности $f_1(x) - f_2(x)$. Возьмем точку $x=2$ из интервала (1;3). Вычислим $f_1(2) - f_2(2)$. Разность будет равна 1. Следовательно, объем тела вычисляется по формуле (2) (рис. 3):

$$V = \pi \int_1^3 ((3x - x^2)^2 - (3 - x)^2) dx$$

Рис. 3



$$V = 3,733\pi \text{ куб.ед.}$$

5) Построим график получившегося тела в программе MathCAD (рис. 4).

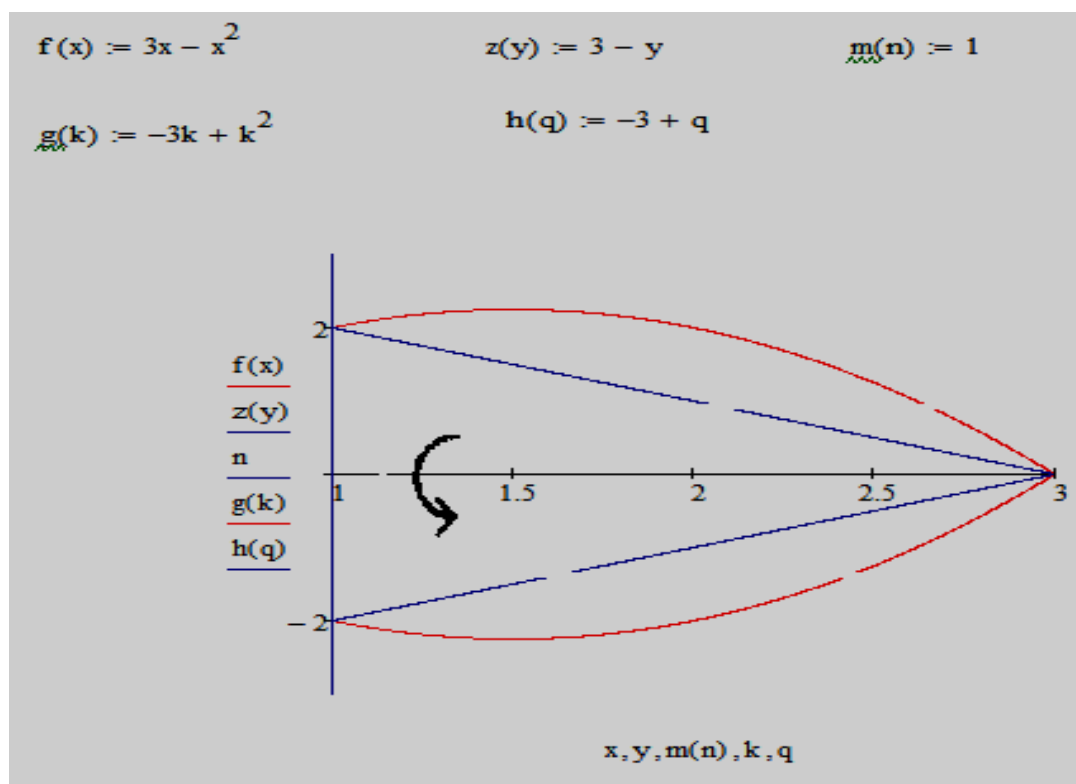
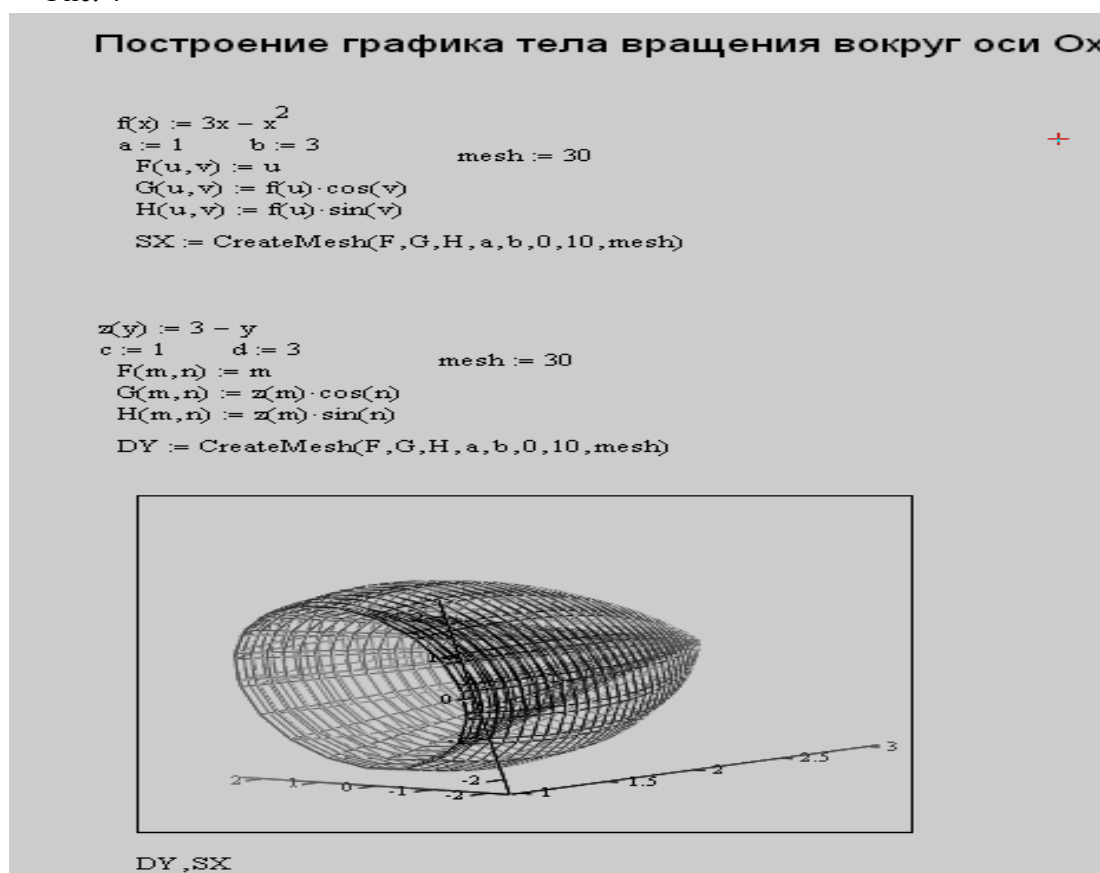


Рис. 4



Задача II типа.

Вычислить тройным интегрированием объем тела, ограниченного поверхностями.

План решения:

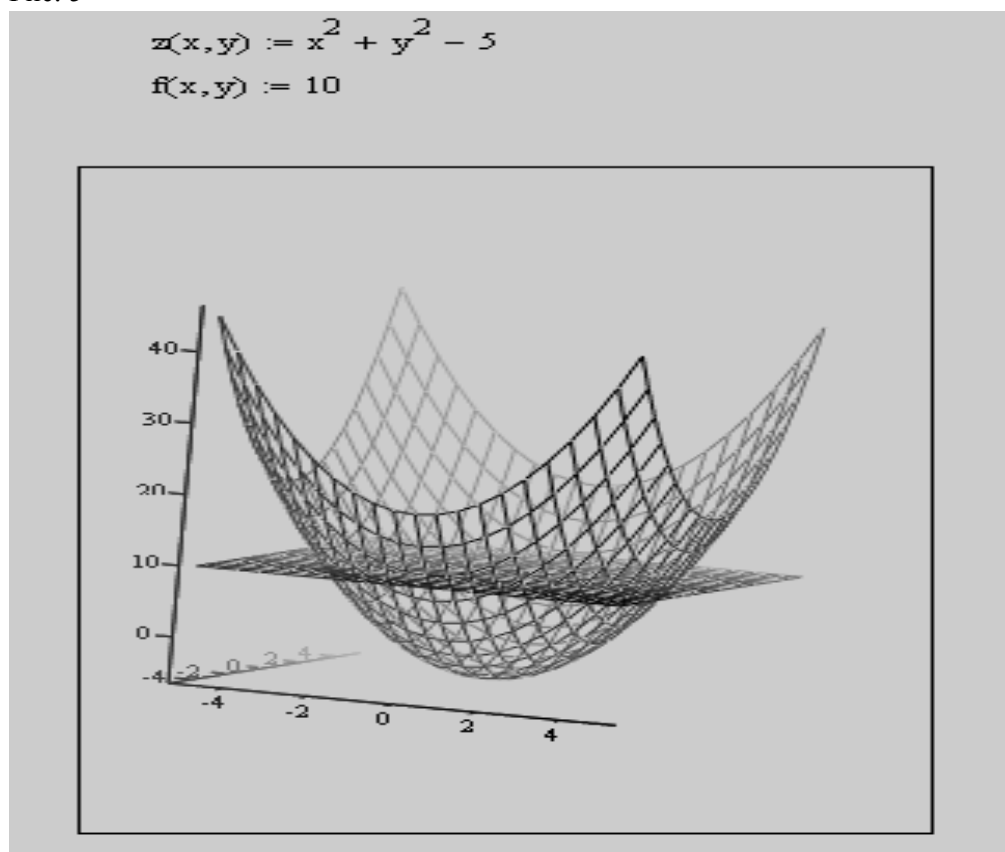
1) Построим заданные поверхности в программе MathCAD.

2) Найдем искомую область и границы изменения этой области. Для этого построим проекцию искомого тела на плоскость Oxy в программе MathCAD.

3) Зададим искомую область системой неравенств

1) Построим заданные поверхности в программе MathCAD (рис. 5)

Рис. 5



2) Приравняем функции $z = x^2 + y^2 - 5$ и $z=10$. Получим уравнение окружности с центром в точке (0;0) и радиусом равным $\sqrt{15}$:

$$x^2 + y^2 = (\sqrt{15})^2$$

$$\begin{cases} a \leq x \leq b \\ f(x) \leq y \leq g(x) \\ z(x,y) \leq z \leq h(x,y) \end{cases}$$

4) Вычислим объем искомого тела с помощью тройного интеграла

$$V = \int_a^b dx \int_{f(x)}^{g(x)} dy \int_{z(x,y)}^{h(x,y)} dz \quad (3)$$

Пример к задаче II типа.

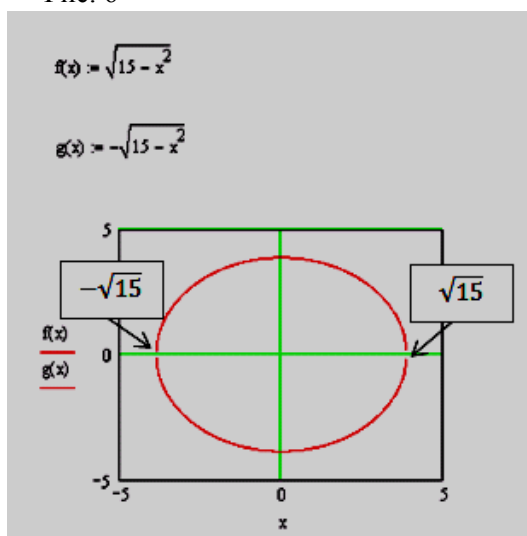
Вычислить тройным интегрированием объем тела, ограниченного поверхностями: параболоидом $z = x^2 + y^2 - 5$ и плоскостью $z=10$.

Решение:

Выразим y
 $y = \pm\sqrt{15 - x^2}$

Полученная окружность является проекцией искомого тела на плоскость Oxy. Построим эту окружность в программе MathCAD (рис. 6).

Рис. 6



3) Искомая область

$$\begin{cases} -\sqrt{15} \leq x \leq \sqrt{15} \\ -\sqrt{15-x^2} \leq y \leq \sqrt{15-x^2} \\ x^2 + y^2 - 5 \leq z \leq 10 \end{cases}$$

4)

$$V = \int_{-\sqrt{15}}^{\sqrt{15}} dx \int_{-\sqrt{15-x^2}}^{\sqrt{15-x^2}} dy \int_{x^2+y^2-5}^{10} dz = \frac{225\pi}{2}$$

куб.ед.

В заключение можно сказать, что использование современных информационных технологий в преподавании курса математического анализа имеет ряд преимуществ:

- способствует улучшению качества преподавания;
- способствует повышению знаний, умений и навыков учащихся и скорости их получения;
- способствует развитию пространственно-графической культуры;
- позволяет студентам моделировать геометрические объекты в трехмерном пространстве, описываемые интегральным исчислением;
- позволяет студентам научиться работать с математической программой MathCAD.

Библиографический список

1. Асланов Р. М. Начала анализа и их приложения: учебное пособие [Текст] / Р. М. Асланов, А. А. Федорова; под общей редакцией Матросова В. Л. . – М.: МПГУ, 2008. – 225 с.
2. Макаров Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad 15. Учебный курс [Текст]: учебное пособие / Е. Г. Макаров. – СПб.: Питер, 2011. – 400 с.: ил.

3. Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: в 3 т. [Текст] – Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной / Л. Д. Кудрявцев. – М.: Дрофа, 2003. – 704 с.

4. Кудрявцев Л. Д. Сборник задач по математическому анализу: в 3 т. [Текст] – Т. 2. Интегралы. Ряды / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин. – М.: Физматлит, 2003.

5. Советов Б. Я. Информационные технологии в образовании и обществе XXI века [Текст] / Б. Я. Советов // Информатика и информационные технологии в образовании. – 2004. – № 5. – С. 118 – 120.

Bibliograficheskij spisok

1. Aslanov R. M. Nachala analiza i ikh prilozheniya: uchebnoe posobie [Tekst] / R. M. Aslanov, A. A. Fedorova; pod obshhej redaktsiej Matrosova V. L. . – M.: MPGU, 2008. – 225 s.

2. Makarov E. G. Inzhenernye raschety v Mathcad 15. Uchebnyj kurs [Tekst]: uchebnoe posobie / E. G. Makarov. – SPb.: Piter, 2011. – 400 s.: il.

3. Kudryavtsev L. D. Kurs matematicheskogo analiza: v 3 t. [Tekst] – T. 1. Differentsial'noe i integral'noe ischisleniya funktsij odnoj peremennoj / L. D. Kudryavtsev. – M.: Drofa, 2003. – 704 s.

4. Kudryavtsev L. D. Sbornik zadach po matematice-skomu analizu: v 3 t. [Tekst] – T. 2. Integraly. Ryady / L. D. Kudryavtsev, A. D. Kutasov, V. I. Chekhlov, M. I. Shabunin. – M.: Fizmatlit, 2003.

5. Sovetov B. YA. Informatsionnye tekhnologii v obrazovanie i obshhestvo XXI veka [Tekst] / B. YA. Sovetov // Informatika i informatsionnye tekhnologii v obrazovanii. – 2004. – № 5. – S. 118 – 120.