ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

DOI 10.24411/1813–145X-2018–10070

УДК 37

О. С. Кипяткова
https://orcid.org/0000–0002–5608–291X

А. В. Ястребов
https://orcid.org/0000–0003–4725–1088

Укрупненные дидактические единицы как средство реализации принципа фундаментальности в обучении математике

В статье рассмотрена роль принципа фундаментальности, признание его значимости для всех разновидностей математического образования. Авторы пытаются ответить на два важных вопроса. Каковы общие методы реализации принципа фундаментальности математического образования? Чем следует руководствоваться при конструировании процесса реализации принципа фундаментальности применительно к конкретной модификации математического образования? Приведен краткий список методов, с помощью которых можно, по мнению авторов, повысить фундаментальность математического образования. Приведенный авторами перечень представляет собой обширную исследовательскую программу, которая не может быть реализована в рамках одной статьи. В статье будет показано развитие идеи применения методики укрупнения дидактических единиц (УДЕ) для повышения фундаментальности курса математики. Мы покажем, что задачный материал легко может быть преобразован в форму, позволяющую использовать методику работы с укрупненными дидактическими единицами в смысле П. М. Эрдниева. Несмотря на большие возможности применения укрупненных дидактических единиц в вузовском преподавании математики, ни один из существующих задачников не охватывает методикой УДЕ курс в целом. В статье мы приступаем к решению следующей проблемы – создать задачник по курсу «Математика» для профиля «Начальное образование», который будет обладать двумя свойствами: 1) будет использовать методику УДЕ для всех типов изучаемых задач; 2) будет выявлять общность умственных действий студента и математика-исследователя. Для иллюстрации этого утверждения выбрана одна из тем курса «Математика» – теория вероятностей. Для предложенной в статье укрупненной дидактической единицы по теории вероятностей проанализирован процесс ее составления и решения. На основе данной УДЕ показано, как воспроизводятся в процессе преподавания важные свойства исследовательской деятельности математика-исследователя.

Ключевые слова: принцип фундаментальности, исследовательская деятельность, моделирование исследовательской деятельности, укрупненная дидактическая единица, теория вероятностей.

THEORY AND METHODOLOGY OF PROFESSIONAL EDUCATION

O. S. Kipyatkova, A. V. Yastrebov

The Integrated Didactic Units as a Means of Implementing the Principle of Fundamentality in Mathematics Ttraining

Within this article the role of the principle of fundamentality, recognition of its importance for all kinds of mathematical education is considered. In the article authors try to answer two important questions. What are general methods in realization of the fundamentality principle of mathematical education? What should be taken as a guide when designing the process of realization of the fundamentality principle in relation to certain modification of mathematical education? The short list of methods is given, by means of which it is possible to increase, according to the authors, fundamentality of mathematical education. The list provided by the authors represents the extensive research programme, which can not be realized within one article. Development of the idea of using the technique of integrated didactic units (IDU) to increase fundamentality of the Mathematics course will be shown in this article. We shall present that problem material can be easily transformed to the form allowing to use a technique of work with the integrated didactic units in P. M. Erdniev's sense. Despite great opportunities to use the integrated didactic units in higher school teaching Mathematics, none of existing books of problems does not cover a course by IDU technique in general. In this article we start to solve the following problem – to create the book of problems for the course «Mathematician» for the Primary education profile which will have two properties: 1) will use a IDU technique for all types of the studied problems; 2) will reveal community of intellectual actions of the student and the mathematician-researcher. To illustrate this statement here is chosen one of subjects of the course «Mathematics» – the probability theory. For the integrated didactic unit offered in the article on the probability theory here is analysed the process of its drawing up and solution. On the basis of this IDU it is shown how important properties of the research activity of the mathematician-researcher are reproduced in the course of teaching.

Keywords: the principle of fundamentality, research activity, modeling of research activity, integrated didactic unit, probability theory.

1. Принцип фундаментальности и очерк методов его реализации

Принцип фундаментальности математического образования хорошо известен. Возможно, то новое, что появилось в его обсуждении в последние десятилетия, – это *консенсус* в оценке базовой роли этого принципа, в признании его значимости для всех разновидностей математического образования. Приведем краткий обзор литературы в поддержку высказанного тезиса.

Говоря о начальной школе, Л. В. Занков подчеркивает главенствующую роль теоретических знаний как одного из важнейших принципов своей концепции [4, с. 112–120]. Говоря о подготовке преподавателей профильных школ в рамках классического университета, О. А. Иванов пишет: «…основополагающим принципом построения системы подготовки является *принцип фундаментальности* теоретической подготовки, заключающийся в том, что профессиональные знания, умения и навыки формируются на основе фундаментальных знаний» [5, с. 18]. Конструируя методическую систему изучения дифференциального и интегрального исчисления, С. И. Калинин считает необходимым разрабатывать ее «в контексте фундаментализации образования» [7]. При этом разные трактовки феномена фундаментализации подробно обсуждаются им в статье [6].

Необходимость фундаментализации образования подчеркивают в своих исследованиях разные авторы: Н. В. Садовников [9], В. А. Тестов [12], Е. М. Вечтомов [1]. Интересна эволюция взглядов И. В. Егорченко. В его работе [2] были проанализированы трудности введения математических абстракции в процесс обучения, а в более поздней работе [3] в качестве метода преодоления этих трудностей предожена полноценная фундаментализация процесса обучения.

Популярная идея фундаментализации образования не могла не найти своего отражения в государственных стандартах образования. Динамика такого отражения была проанализирована в работе А. Д. Суханова [11].

Любая популярная идея рано или поздно выходит на методологический уровень. В нашем случае этот уровень анализа феномена фундаментализации отражен в работах Е. М. Вечтомова [1], Н. И. Карлова [8], Г. И. Саранцева [10].

Консенсус в оценке ведущей роли принципа фундаментальности отнюдь не снимает вопроса о том, какими средствами следует реализовывать этот принцип в условиях различных модификаций математического образования. Очевидно, что наполнение обсуждаемого принципа должно сильно зависеть от того, кого мы готовим: будущего инженера, будущего учителя начальной школы, будущего специалиста по защите информации и т. д. В связи с этим встают два вопроса: Каковы общие методы реализации принципа фундаментальности математического образования? Чем следует руководствоваться при конструировании процесса реализации принципа фундаментальности применительно к конкретной модификации математического образования?

Приведем краткий список методов, с помощью которых можно, по мнению авторов, повысить фундаментальность математического образования:

− Знакомство с общенаучными методами исследования в процессе преподавания и изучения математики.

− Знакомство с элементами методологии математики в процессе изучения собственно математики.

− Повторное, вслед за классиками, изобретение студентами изучаемых теорем и определений.

− Личный опыт исследовательской деятельности в области математики.

− Включение изучаемых теорий в более широкий и глубокий научный контекст. В частности, включение элементарной математики в контекст высшей математики.

− Использование методов экспериментальной математики в процессе преподавания и изучения математики.

− Использование систем задач в качестве средства выявления свойств математики как науки.

По мнению авторов, каждый из перечисленных методов заслуживает отдельного серьезного исследования, нуждается в определении границ его применимости, должен быть наполнен предметным содержанием, должен быть оценен с точки зрения его эффективности… Обобщенно говоря, приведенный перечень представляет собой обширную исследовательскую программу, которая не может быть реализована в рамках одной статьи. Разумеется, каждый пункт этой программы реализован в той или иной мере (незначительной, по субъективному мнению авторов). Так, в ряде работ отражено использование методов экспериментальной математики в учебном процессе [19–21], организация личного опыта исследовательской деятельности школьников [18]. Тем не менее к настоящему моменту программа в целом не может считаться реализованной и уж тем более не может считаться приспособленной к конкретным разновидностям математического образования.

В рамках данной статьи мы сосредоточимся на последнем пункте нашего перечня: покажем, что одна из канонических систем задач – укрупненные дидактические единицы (УДЕ) – может быть использована для повышения фундаментальности курса математики.

2. Процесс конструирования УДЕ

Концепция укрупнения дидактических единиц (УДЕ) была создана П. М. Эрдниевым в 60–70-е гг. XX в. для преподавания математики. Ее эффективность была теоретически и экспериментально обоснована в проведенном им исследовании [13]. Смысл данной концепции состоит в том, что знания усваиваются системно, прочнее и быстрее, если они предъявляются ученику сразу крупным блоком по всей системе внутренних и внешних связей. П. М. Эрдниев определяет укрупненную дидактическую единицу как «клеточку учебного процесса, состоящую из логически различных элементов, обладающих в то же время информационной общностью. Укрупненная дидактическая единица обладает качествами системности и целостности, устойчивостью к сохранению во времени и быстрым проявлением в памяти». При этом укрупненная дидактическая единица определяется не объемом одновременно выдаваемой информации, а наличием связей – взаимно обратными мыслительными операциями, комплексами взаимообратных, аналогичных, деформированных и трансформированных задач.

Первоначально данная концепция была ориентирована на математический материал, изучаемый в начальной и средней школе, но постепенно она все шире применялась в педагогической практике от старшей школы до высшей.

Перед читателем могут встать закономерные вопросы: Почему нас должна интересовать концепция полувековой давности? Какую пользу для вузовского преподавания может иметь концепция, созданная для нужд школы? Обобщенно говоря, каковы причины, которые заставляют нас обратиться к концепции УДЕ? Два автора дают ответы на эти вопросы.

А. В. Ястребов на конкретном материале показал возможность применения методики УДЕ для изучения курса математического анализа [14, 15, 16]. При этом было выявлено глубокое сходство между умственными действиями математика-исследователя и умственными действиями студента, в обучении которого используется концепция УДЕ.

О. А. Иванов показал, что УДЕ представляет собой пучок задач, то есть такую их совокупность, определяющей характеристикой которой является наличие разнотипных взаимосвязей между отдельными составляющими эту совокупность задачами, обеспечивающими включение обратной связи в процесс их решения [5, с. 54]. Главное для нас состоит в том, что работа с пучками задач приобщает студента к общенаучному методу – методу редукции [13, с. 200–201].

Несмотря на большие возможности применения укрупненных дидактических единиц в вузовском преподавании математики, ни один из существующих задачников не охватывает методикой УДЕ *курс в целом.* В данной статье мы приступаем к решению следующей проблемы – создать задачник по курсу «Математика» для профиля «Начальное образование», который будет обладать двумя свойствами: 1) позволит использовать методику УДЕ для всех типов изучаемых задач; 2) будет выявлять (посредством методики УДЕ) общность умственных действий студента и математика-исследователя.

Начнем с теории вероятностей как компонента единого курса «Математика». С этой целью приведем типологию задач по теории вероятностей. Весь задачный материал можно разделить на следующие пять групп:

1. Задачи на классическое определение вероятности.
2. Задачи на геометрическое определение вероятности.
3. Задачи на теоремы сложения и умножения вероятностей.
4. Задачи на условную вероятность.
5. Задачи на формулу полной вероятности.

Покажем, что традиционный задачный материал по теории вероятностей легко может быть преобразован в ту форму, которую предлагает концепция УДЕ. Покажем также, что метод составления УДЕ является общим для разных групп задач. Наконец, покажем, что процесс решения задач заставляет студента *выполнять умственные действия математика-исследователя.*

Иллюстрацию высказанных утверждений начнем с определения укрупненной дидактической единицы: «…основной формой упражнения при обучении на основе укрупнения дидактических единиц должно стать *многокомпонентное задание*, образующееся из нескольких логически разнородных, но психологически состыкованных в некоторую целостность частей, например: а) решение обычной «готовой» задачи; б) составление обратной задачи и ее решение; в) составление аналогичной задачи и ее решение; г) составление задачи по некоторым элементам, общим с исходной задачей; д) решение или составление задачи, обобщенной по тем или иным параметрам исходной задачи. Разумеется, вначале в укрупненное упражнение могут войти лишь некоторые из указанных вариаций» [13, с. 14].

В дальнейшем именно это определение будет положено в основу построения конкретных УДЕ.

Приведем УДЕ, состоящую из пяти заданий, и проанализируем процесс ее составления и решения.

Задача 1. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Какова вероятность того, что мишень будет поражена в результате пяти выстрелов?

Решение. Введем в рассмотрение событие A: «Стрелок попадает в мишень». По условию вероятность $P(A)$ события A равна $0,7$.

Введем в рассмотрение событие X: «Хотя бы один из выстрелов попал в мишень». Требование задачи состоит в том, чтобы найти вероятность $P(X)$ события X.

Очевидно, что мы найдем вероятность события X, если будем знать вероятность противоположного события $\bar{X}$: »Пять промахов». Действительно, $P(X) = 1 - P(\bar{X})$.

Введем в рассмотрение событие $\bar{A}$, противоположное событию A. Другими словами, $\bar{A}$: «Стрелок промахнулся». Очевидно, что $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Запишем событие $\bar{X}$ в терминах алгебры событий. Очевидно, что событие $\bar{X} = \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}$. По теореме о вероятности произведения независимых событий получим, что $P(\bar{X}) = P(\bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}) = P(\bar{A})^5 = 0,3^5 = 0,00243$

Отсюда следует, что $P(X) = 1 - P(\bar{X}) = 1 - 0,00243 = 0,99757$.

Задание 2. Составьте и решите задачу, *обратную* задаче 1.

Поиск формулировки. Прежде всего, необходимо определить, какая задача могла бы считаться обратной задаче 1. Для этого воспроизведем структуру задачи 1:

$$\left.\begin{matrix} P(A) = [\,] \\ n = [\,] \end{matrix}\right\} \to P(X) = [\,].$$

Отметим знаком «+»данные, которые входят в условие задачи 1, и знаком «?» компонент, который следует найти:

$$\left.\begin{matrix} P(A) = [+] \\ n = [+] \end{matrix}\right\} \to P(X) = [?].$$

Очевидно, что в искомом задании следует сделать неизвестным другой компонент структуры. Например, неизвестным может стать вероятность $P(A)$:

$$\left.\begin{matrix} P(A) = [?] \\ n = [+] \end{matrix}\right\} \to P(X) = [+].$$

Формулировка. Вероятность поражения мишени при пяти выстрелах равна 0,99757. Какова вероятность поражения мишени при одном выстреле?

Решение. Введем в рассмотрение событие X: «Хотя бы один из выстрелов попал в мишень». По условию вероятность $P(X)$ события X равна $0,99757$. При этом нам требуется найти вероятность $P(A)$ события A: «Стрелок попадает в мишень».

Очевидно, что мы найдем вероятность события A, если будем знать вероятность противоположного события $\bar{A}$: «Стрелок промахнулся». Действительно, $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

Введем в рассмотрение противоположное событие $\bar{X}$. Другими словами, $\bar{X}$: «Пять промахов». Очевидно, что $P(X) = 1 - P(\bar{X})$.

Запишем событие $\bar{X}$ в терминах алгебры событий. Очевидно, что событие $\bar{X} = \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}$. По теореме о вероятности произведения независимых событий получим, что $P(\bar{X}) = P(\bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}) = P(\bar{A})^5$.

Теперь условия задачи, известные формулы и введенные обозначения дают следующую цепочку эквиваленций.

$P(X) = 1 - P(\bar{X}) \Leftrightarrow 0{,}99757 = 1 - P(\bar{A})^5 \Leftrightarrow P(\bar{A})^5 = 0{,}00243 \Leftrightarrow P(\bar{A}) = 0{,}3$.

Отсюда следует, что $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$.

Задание 3. Составьте и решите *другую* задачу, обратную задаче 1.

Формулировка может быть получена с помощью рассуждений, аналогичных тем, что были предложены при решении задания 2, а именно, когда неизвестным становится количество выстрелов *n*:

$$\left.\begin{matrix} P(A) = [+] \\ n = [?] \end{matrix}\right\} \rightarrow P(X) = [+].$$

Формулировка. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,7. Вероятность поражения мишени при серии выстрелов равна 0,99757. Сколько выстрелов в серии?

Решение. Введем в рассмотрение событие A: «Стрелок попадает в мишень» и событие X: «Хотя бы один из выстрелов попал в мишень».

По условию вероятность $P(A)$ события A равна $0{,}7$, а вероятность $P(X)$ события X равна $0{,}99757$. Требуется найти количество выстрелов n.

Введем в рассмотрение противоположные события $\bar{A}$ и $\bar{X}$. Другими словами, $\bar{A}$: «Стрелок промахнулся» и $\bar{X}$: «Пять промахов». По условию $P(\bar{X}) = 0{,}00243$ и $P(\bar{A}) = 0{,}3$.

Вероятность пяти промахов равна $P(\bar{X}) = P(\bar{A})^n$. Подставив в полученное равенство наши данные, получим: $0{,}00243 = 0{,}3^n$. Логарифмируя обе части равенства по основанию $0{,}3$ и пользуясь формулой логарифма степени, получим, что $n = log_{0,3}0{,}00243$. Преобразовав правую часть к виду $log_{0,3}(0{,}3^5)$, получаем $n = 5$.

Уже на этом этапе рассмотрения укрупненной дидактической единицы становится виден ***метод конструирования заданий:*** *поочередное объявление неизвестным того или иного элемента* ***структуры*** *исходного задания.*

Продолжим конструирование УДЕ, варьируя теперь *сюжетный компонент* задачи. Принимая во внимание, что уничтожение объекта тем надежнее, чем больше пуль в него попадет, получим следующую задачу.

Задача 4. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Какова вероятность того, что в мишень попадут, по крайней мере, две пули в серии из пяти выстрелов? Точно две пули в серии из пяти выстрелов?

Решение. *Рассмотрим случай, когда в мишень попадут точно два раза.*

При решении воспользуемся формулой Бернулли: $P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$, где n – количество выстрелов, k – количество попаданий, p – вероятность одного попадания, q – вероятность одного непопадания.

По условию задачи $p = 0{,}7, n = 5, k = 2$. Требуется найти $P_5(2)$.

Для того чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо найти вероятность одного непопадания q. Зная, что $p = 1 - q$, получаем $q = 0{,}3$.

Подставив в формулу Бернулли наши данные, получим, что вероятность попадания в мишень двух пуль в серии из пяти выстрелов равна $P_5(2) = C_5^2 \cdot 0{,}7^2 \cdot 0{,}3^3 = 0{,}1323$.

Рассмотрим случай, когда в мишень попадут, по крайней мере, два раза.

Рассуждаем аналогично. По условию задачи $p = 0{,}7, n = 5, k \geq 2$. Требуется найти $P_5(k \geq 2)$.

Для того чтобы ответить на вопрос задачи, нам необходимо найти вероятность одного непопадания q. Зная, что $p = 1 - q$, получаем $q = 0{,}3$.

Подставив в формулу Бернулли наши данные, получим, что вероятность попадания в мишень, по крайней мере, двух пуль в серии из пяти выстрелов, равна:

$P_5(k \geq 2) = 1 - P_5(k < 2) = 1 - P_5(1) - P_5(0) = 1 - C_5^1 \cdot 0{,}7^1 \cdot 0{,}3^4 - C_5^0 \cdot 0{,}7^0 \cdot 0{,}3^5 = 0{,}96922$.

Задание 5. Обобщите задачи 1 и 4.

Решение. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,7. Какова вероятность того, что в мишень попадут по крайней мере (точно) k пуль в серии из пяти выстрелов?

Способ нахождения вероятности попадания в мишень, по крайней мере, одной пули в серии из пяти выстрелов (то есть $k \geq 1$) аналогичен способу решения задачи 1.

Однако можно решить эту же задачу с помощью формулы Бернулли.

По условию задачи $p = 0{,}7, n = 5, k \geq 1$. Требуется найти $P_5(k \geq 1)$.

Для того чтобы ответить на вопрос задачи, нам необходимо найти вероятность одного непопадания q. Зная, что $p = 1 - q$, получаем $q = 0{,}3$.

Подставив в формулу Бернулли наши данные, получим:

$$P_5(k \geq 1) = 1 - P_5(k < 1) = 1 - P_5(0) = 1 - C_5^0 \cdot 0{,}7^0 \cdot 0{,}3^5 = 0{,}99757.$$

Рассмотрим случай, когда в мишень попадут точно один раз ($k = 1$).

По условию задачи $p = 0{,}7, n = 5, k = 1$. Требуется найти $P_5(1)$.

Для того чтобы ответить на вопрос задачи, необходимо найти вероятность одного непопадания q. Зная, что $p = 1 - q$, получаем $q = 0{,}3$.

Подставив в формулу Бернулли наши данные, получим:

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot 0{,}7^1 \cdot 0{,}3^4 = 0{,}02835.$$

Аналогично находятся вероятности попадания в мишень, по крайней мере, трех или четырех пуль в серии из пяти выстрелов ($k \geq 3;\ 4$) и вероятности попадания точно трех или четырех пуль ($k = 3; 4$). Случаи попадания в мишень точно пяти пуль и, по крайней мере, пяти пуль ($k = 5$ и $k \geq 5$) сводятся к случаю нахождения вероятности попадания в мишень всех пяти пуль ($k = 5$).

3. Педагогическая рефлексия

Покажем, что задачи 1–5 образуют типичную УДЕ в смысле Эрдниева. Это легко сделать, сравнив структуру определения и структуру серии задач 1–5, как это сделано в следующей таблице:

УДЕ по Эрдниеву	Номер задачи
Решение обычной «готовой» задачи	2, 3, 5
Составление обратной задачи	2 обратна 1, 3 обратна 1
Составление аналогичной задачи	3 аналогична 2
Составление задачи по некоторым элементам, общим с исходной задачей	5 обобщает 1 и 4
Решение задачи, обобщенной по тем или иным параметрам исходной задачи	4

Гораздо важнее, что наше многокомпонентное задание во многом воспроизводит структуру деятельности математика-исследователя. Для сравнения составим следующую таблицу:

Действия математика	Номер задачи
Самостоятельно формулирует задачи	2, 3, 5
Работает с аналогичными задачами	3 аналогичная 2
Обобщает математические факты	5 обобщает 1 и 4
Исследует взаимно обратные утверждения	2 обратна 1, 3 обратна 1
Производит вычисления	1, 2, 3, 4, 5

Итак, на конкретном примере мы показали, что традиционный задачный материал по теории вероятностей может быть преобразован к виду, удовлетворяющему требованиям концепции укрупнения дидактических единиц, а само ее применение означает воспроизведение в процессе преподавания важных свойств математических исследований.

Другими словами, реализация принципа фундаментальности достигается не за счет расширения и углубления *содержания* математического курса, а за счет его *деятельностного* компонента. Полезным инструментом для реализации принципа фундаментальности может служить концепция моделирования исследовательской деятельности в учебном процессе [17].

Библиографический список

1. Вечтомов, Е. М. Метафизика математики [Текст] : монография / Е. М. Вечтомов. – Киров : Изд-во ВятГГУ, 2006. – 508 с.

2. Егорченко, И. В. Математические абстракции и методическая реальность в обучении математике учащихся средней школы [Текст] : монография / И. В. Егорченко. – Саранск : Изд-во Мордов. гос. пед. ин-та, 2003. – 286 с.

3. Егорченко, И. В. Фундаментализация математического образования [Текст] / И. В. Егорченко // Математика в образовании : сб. статей. – Вып. 2. – Чебоксары : Изд-во Чуваш. ун-та, 2006. – С. 8–20.

4. Занков, Л. В. Избранные педагогические труды [Текст] / Л. В. Занков. – М. : Педагогика, 1990. – 424 с.

5. Иванов, О. А. Теоретические основы построения специальной математической и методической подготовки преподавателей профильных школ [Текст] / О. А. Иванов. – СПб. : Изд-во С.-Петерб. Ун-та, 1997. – 80 с.

6. Калинин, С. И. К анализу трактовок феномена фундаментализации математического образования [Текст] / С. И. Калинин // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета. Информатика. Математика. Язык. – 2007. – № 4. – С. 156–161.

7. Калинин, С. И. Обучение студентов математическому анализу в условиях фундаментализации высшего педагогического образования [Текст] : монография / С. И. Калинин. – Киров : Изд-во ВятГГУ, 2008. – 353 с.

8. Карлов, Н. В. О фундаментальном и прикладном в науке и образовании, или «Не возводи свой дом на песке» [Текст] / Н. В Карлов // Вопросы философии. – 1995. – № 11. – С. 35–46.

9. Садовников, Н. В. Методическая подготовка учителя математики в педвузе в контексте фундаментализации образования [Текст] : монография /

Н. В. Садовников. – Пенза : Изд-во Пензенского гос. пед. ун-та, 2005. – 283 с.

10. Саранцев, Г. И. Методология методики обучения математике [Текст] / Г. И. Саранцев. – Саранск, 2001. – 141 с.

11. Суханов, А. Д. Концепция фундаментализации высшего образования и ее отражение в ГОСах [Текст] / А. Д. Суханов // Высшее образование в России. – 1996. – № 3. – С. 17–24.

12. Тестов, В. А. Фундаментальность образования: современные подходы [Текст] / В. А. Тестов // Педагогика. – 2006. – № 4. – С. 3–9.

13. Эрдниев, П. М. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике [Текст] / П. М. Эрдниев, Б. П. Эрдниев. – М. : Просвещение, 1986. – 255 с.

14. Ястребов, А. В. Об укрупнении дидактических единиц в преподавании математического анализа: асимптоты [Текст] / А. В. Ястребов // Ярославский педагогический вестник. – 1999. – № 3–4. – С. 179–184.

15. Ястребов, А. В. Укрупненные дидактические единицы в преподавании математического анализа: первый замечательный предел [Текст] / А. В. Ястребов // Проблемы вузовской педагогической и математической подготовки специалиста : материалы Всероссийской научно-практической конференции, посвященной 65-летию со дня рождения доктора педагогических наук, профессора И. Д. Пехлецкого (3 июля 2003 г., г. Пермь) / под ред. Л. П. Латышевой. – Пермь : Изд-во Перм. гос. пед. ун-та, 2004. – С. 53–57.

16. Ястребов, А. В. Моделирование исследовательской деятельности, укрупненная дидактическая единица и второй замечательный предел [Текст] / А. В. Ястребов // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт, инновации : материалы II Международной научно-практической конференции, посвященной 125-летию П. А. Ларичева / М-во обр. и науки РФ ; Вологод. гос. ун-т; Вологод. отд. науч.-метод. совета по матем.; Яросл. гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского. – Вологда : ИП Киселев А. П., 2017. – С. 170–176.

17. Ястребов, А. В. Обучение математике в вузе как модель научных исследований [Текст] : монография / А. В. Ястребов. – Ярославль : РИО ЯГПУ, 2017. – 306 с.

18. Ястребов, А. В. Исследовательское обучение математике в школе [Текст] : монография / А. В. Ястребов. – Ярославль : РИО ЯГПУ, 2018. – 161 с.

19. Шабанова, М. В. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение [Текст] : коллективная монография / М. В. Шабанова, Р. П. Овчинникова, А. В. Ястребов и др. – М : Издательский дом Академии Естествознания, 2016. – 300 с.

20. Banchi H., Bell R. The Many Levels of Inquiry. Science and Children. 46(2). 2008. P. 26–29.

21. Lupacchini R., Corsi G. (eds.) Deduction, Computation, Experiment:The Effectiveness of Proof. Springer – Verlag, Italia, 2008.

Bibliograficheskij spisok

1. Vechtomov, E. M. Metafizika matematiki [Tekst] : monografija / E. M. Vechtomov. – Kirov : Izd-vo VjatGGU, 2006. – 508 s.

2. Egorchenko, I. V. Matematicheskie abstrakcii i metodicheskaja real'nost' v obuchenii matematike uchashhihsja srednej shkoly [Tekst] : monografija / I. V. Egorchenko. – Saransk : Izd-vo Mordov. gos. ped. in-ta, 2003. – 286 s.

3. Egorchenko, I. V. Fundamentalizacija matematicheskogo obrazovanija [Tekst] / I. V. Egorchenko // Matematika v obrazovanii : sb. statej. – Vyp. 2. – Cheboksary : Izd-vo Chuvash. un-ta, 2006. – S. 8–20.

4. Zankov, L. V. Izbrannye pedagogicheskie trudy [Tekst] / L. V. Zankov. – M. : Pedagogika, 1990. – 424 s.

5. Ivanov, O. A. Teoreticheskie osnovy postroenija special'noj matematicheskoj i metodicheskoj podgotovki prepodavatelej profil'nyh shkol [Tekst] / O. A. Ivanov. – SPb. : Izd-vo S.-Peterb. Un-ta, 1997. – 80 s.

6. Kalinin, S. I. K analizu traktovok fenomena fundamentalizacii matematicheskogo obrazovanija [Tekst] / S. I. Kalinin // Vestnik Vjatskogo gosudarstvennogo gumanitarnogo universiteta. Informatika. Matematika. Jazyk. – 2007. – № 4. – S. 156–161.

7. Kalinin, S. I. Obuchenie studentov matematicheskomu analizu v uslovijah fundamentalizacii vysshego pedagogicheskogo obrazovanija [Tekst] : monografija / S. I. Kalinin. – Kirov : Izd-vo VjatGGU, 2008. – 353 s.

8. Karlov, N. V. O fundamental'nom i prikladnom v nauke i obrazovanii, ili «Ne vozvodi svoj dom na peske» [Tekst] / N. V Karlov // Voprosy filosofii. – 1995. – № 11. – S. 35–46.

9. Sadovnikov, N. V. Metodicheskaja podgotovka uchitelja matematiki v pedvuze v kontekste fundamentalizacii obrazovanija [Tekst] : monografija / N. V. Sadovnikov. – Penza : Izd-vo Penzenskogo gos. ped. un-ta, 2005. – 283 s.

10. Sarancev, G. I. Metodologija metodiki obuchenija matematike [Tekst] / G. I. Sarancev. – Saransk, 2001. – 141 s.

11. Suhanov, A. D. Koncepcija fundamentalizacii vysshego obrazovanija i ee otrazhenie v GOSah [Tekst] / A. D. Suhanov // Vysshee obrazovanie v Rossii. – 1996. – № 3. – S. 17–24.

12. Testov, V. A. Fundamental'nost' obrazovanija: sovremennye podhody [Tekst] / V. A. Testov // Pedagogika. – 2006. – № 4. – S. 3–9.

13. Jerdniev, P. M. Ukrupnenie didakticheskih edinic v obuchenii matematike [Tekst] / P. M. Jerdniev, B. P. Jerdniev. – M. : Prosveshhenie, 1986. – 255 s.

14. Jastrebov, A. V. Ob ukrupnenii didakticheskih edinic v prepodavanii matematicheskogo analiza: asimptoty [Tekst] / A. V. Jastrebov // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 1999. – № 3–4. – S. 179–184.

15. Jastrebov, A. V. Ukrupnennye didakticheskie edinicy v prepodavanii matematicheskogo analiza: pervyj zamechatel'nyj predel [Tekst] / A. V. Jastrebov // Problemy vuzovskoj pedagogicheskoj i matematicheskoj podgotovki specialista : materialy Vserossijskoj nauchno-prakticheskoj konferencii, posvjashhennoj 65-letiju so dnja rozhdenija doktora pedagogicheskih nauk, professora I. D. Pehleckogo

(3 ijulja 2003 g., g. Perm') / pod red. L. P. Latyshevoj. – Perm' : Izd-vo Perm. gos. ped. un-ta, 2004. – S. 53–57.

16. Jastrebov, A. V. Modelirovanie issledovatel'skoj dejatel'nosti, ukrupnennaja didakticheskaja edinica i vtoroj zamechatel'nyj predel [Tekst] / A. V. Jastrebov // Zadachi v obuchenii matematike, fizike i informatike: teorija, opyt, innovacii : materialy II Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoj konferencii, posvjashhennoj 125-letiju P. A. Laricheva / M-vo obr. i nauki RF ; Vologod. gos. un-t; Vologod. otd. nauch.-metod. soveta po matem.; Jarosl. gos. ped. un-t im. K. D. Ushinskogo. – Vologda : IP Kiselev A. P., 2017. – S. 170–176.

17. Jastrebov, A. V. Obuchenie matematike v vuze kak model' nauchnyh issledovanij [Tekst] : monografija / A. V. Jastrebov. – Jaroslavl' : RIO JaGPU, 2017. – 306 s.

18. Jastrebov, A. V. Issledovatel'skoe obuchenie matematike v shkole [Tekst] : monografija / A. V. Jastrebov. – Jaroslavl' : RIO JaGPU, 2018. – 161 s.

19. Shabanova, M. V. Jeksperimental'naja matematika v shkole. Issledovatel'skoe obuchenie [Tekst] : kollektivnaja monografija / M. V. Shabanova, R. P. Ovchinnikova, A. V. Jastrebov i dr. – M : Izdatel'skij dom Akademii Estestvoznanija, 2016. – 300 s.

20. Banchi H., Bell R. The Many Levels of Inquiry. Science and Children. 46(2). 2008. P. 26–29.

21. Lupacchini R., Corsi G. (eds.) Deduction, Computation, Experiment:The Effectiveness of Proof. Springer – Verlag, Italia, 2008.

Reference List

1. Vechtomov E. M. Metaphysics of mathematics: monograph / E. M. Vechtomov. – Kirov : Publishing House of VyatSHU, 2006. – 508 p.

2. Egorchenko I. V. Mathematical abstractions and methodical reality in training Mathematics of secondary school pupils : monograph(s). V. Egorchenko. – Saransk: Publishing House of Mordovian State Pedagogical Institute, 2003. – 286 p.

3. Egorchenko I. V. Fundamentalization of mathematical education / I. V. Egorchenko // Mathematician in education: collection of articles. – Issue 2. – Cheboksary: Chuvash University Publishing House, 2006. – P. 8–20.

4. Zankov L. V. Selected pedagogical works / D. V. Zankov. – M. : Pedagogika, 1990. – 424 p.

5. Ivanov O. A. Theoretical bases of creation of special mathematical and methodical training of profile school teachers / O. A. Ivanov. – SPb. : Saint Petersburg University Publishing House, 1997. – 80 p.

6. Kalinin S. I. To the analysis of interpretations of the phenomenon of mathematical education fundamentalization / S. I. Kalinin // Bulletin of Vyatka State Humanities University. Informatics. Mathematician. Language. – 2007. – № 4. – P. 156–161.

7. Kalinin S. I. Training of students in the mathematical analysis in the conditions of fundamentalization of the higher pedagogical education: monograph / S. I. Kalinin. – Kirov : Publishing House of VyatSHU, 2008. – 353 p.

8. Karlov N. V. On fundamental and application-oriented things in science and education, or «Do not build the house on sand» / N. In Karlov // Philosophy Questions. – 1995. – № 11. – P. 35–46.

9. Sadovnikov N. V. Methodical training of the mathematics teacher in pedagogical University in the context of education fundamentalization: monograph / N. V. Sadovnikov. – Penza: Publishing House of Penza State Pedagogical University, 2005. – 283 p.

10. Sarantsev G. I. Mehtodology of a technique of training in mathematics/. I. Sarantsev. – Saransk, 2001. – 141 p.

11. Sukhanov A. D. The concept of the higher education fundamentalization and its reflection in State educational standards / A. D. Sukhanov // Higher education in Russia. – 1996. – № 3. – P. 17–24.

12. Testov V. A. Fundamentality of education: modern approaches / V. A. Testov // Pedagogigs. – 2006. – № 4. – P. 3–9.

13. Erdnie P. M. Integration of didactic units in training in mathematics / P. M. Erdniev, B. P. Erdniev. – M. : Prosveshchenie, 1986. – 255 p.

14. Yastrebov A. V. About integration of didactic units in teaching the mathematical analysis: asymptotes / A. V. Yastrebov // Yaroslavl Pedagogical Bulletin. – 1999. – № 3–4. – P. 179–184.

15. Yastrebov A. V. The integrated didactic units in teaching the mathematical analysis: first remarkable limit / A. V. Yastrebov // Problems of high school pedagogical and mathematical training of the expert: materials of the All-Russian scientific and practical conference devoted to the 65 anniversary since the birth of Doctor of pedagogical sciences, Professor I. D. Pekhletsky (on July 3, 2003, Perm) / under the editorship of L. P. Latysheva. – Perm : Publishing House of Perm State Pedagogical University, 2004. – P. 53–57.

16. Yastrebov A. V. Modeling of research activity, the integrated didactic unit and the second remarkable limit / A. V. Yastrebov // Tasks in training in mathematics, physics and informatics: theory, experience, innovations: materials of the II International scientific and practical conference devoted to P. A. Larichev's 125 anniversary / Ministry of Education and Science of the Russian Federation; Vologda State University; Vologda office of the scientific- methodical council on Mathematics.; Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinsky. – Vologda: IP Kiselev A. P., 2017. – P. 170–176.

17. Yastrebov A. V. Training in mathematics in higher education institution as a model of scientific research: monograph / A. V. Yastrebov. – Yaroslavl : YSPU RIO, 2017. – 306 p.

18. Yastrebov A. V. Research training in mathematics at school : monograph / A. V. Yastrebov. – Yaroslavl : YSPU RIO, 2018. – 161 p.

19. Shabanova M. V. Experimental mathematics at school. Research training: the collective monograph / M. V. Shabanova, R. P. Ovchinnikova, A. V. Yastrebov, etc. – M: Publishing House of Academy of Natural Sciences, 2016. – 300 p.

20. Banchi H., Bell R. The Many Levels of Inquiry. Science and Children. 46(2). 2008. P. 26–29.

21. Lupacchini R., Corsi G. (eds.) Deduction, Computation, Experiment: The Effectiveness of Proof. Springer – Verlag, Italia, 2008.