

Г. Г. Хамов<https://orcid.org/0000-0002-3609-4307>**Л. Н. Тимофеева**<https://orcid.org/0000-0002-1290-2947>

Диофантовы уравнения как средство формирования практико-ориентированной деятельности будущего учителя математики

В статье рассматриваются содержательные аспекты математической подготовки студентов педагогических вузов, направленной на формирование базовых образовательных и профессиональных ценностей. Проблема освещается применительно к дисциплине «Алгебра и теория чисел», основными целями изучения которой являются освоение соответствующих теоретических разделов и прикладных методов. Учитывая актуальность в современных условиях обучения вопросов формирования универсальных учебных действий, развития познавательной мотивации студентов, в работе предлагаются задания по составлению и решению диофантовых уравнений (алгебраических уравнений, содержащих более одной переменной и решаемых в целых или натуральных числах) с использованием одного из способов их исследования – метода деления с остатком. Тем более, что умение решать такие задачи будет востребовано в будущей профессиональной деятельности обучаемых. Приведенные примеры заданий показывают, как на примере изучения теоретико-числового материала можно вовлечь студентов в самостоятельную деятельность, направленную на приобретение новых знаний, умений и их целенаправленное применение. Подробно описаны этапы составления диофантовых уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям; проанализированы пути получения уравнений, неразрешимых в целых числах и имеющих решения на заданном множестве целых или натуральных чисел; показано применение различных теоретических положений, используемых для их решения. Наполнение занятий такими заданиями, несомненно, способствует повышению значимости получаемых на занятиях знаний через их применение на практике при решении задач творческого характера. Представленный в статье отбор необходимого содержания, позволяющего выполнить эти условия, дает возможность для активной самостоятельной исследовательской деятельности в рамках конкретной математической проблемы, анализа полученных фактов и прогнозирования результатов своих действий, реализует возможность практического применения теоретических знаний.

Ключевые слова: базовые образовательные ценности, исследовательская деятельность, творческая деятельность, познавательная мотивация, самообразование, теория чисел.

G. G. Khamov, L. N. Timofeeva

The Diophantine Equations as a Means of Forming the Future Mathematics Teacher's Practice-Focused Activity

In the article are considered informative aspects of the mathematical training of pedagogical University students directed to form basic educational and professional values. This problem is covered in relation to the discipline «Algebra and the Number Theory», which main objectives of study are mastering of appropriate theoretical sections and applied methods. Considering relevance in the modern conditions to train the question of formation of the universal educational actions, development of students' cognitive motivation, in the work here are offered tasks on compilation and solution of the Diophantine equations (the algebraic equations containing more than one variable and which are solved in the integral or natural numbers) with the use of one of methods of their research – a method of division with remainder. Especially this ability to solve these problems will be necessary in students' future professional activity. The given examples of problems show how on the example of the study of number-theoretic material it is possible to involve students into the independent activities directed to get new knowledge, abilities and their purposeful use. The stages of compilation of the Diophantine equations meeting the given initial conditions are described in detail, ways of receiving the equations insoluble in integral numbers and the integral or natural numbers having solutions on the given set are analyzed, use of different theoretical provisions used for their solution is presented. Filling lessons with such tasks, undoubtedly, promotes the increase in significance of knowledge gained at lessons through their practical use in case of solving tasks of creative character. The selection of the necessary contents allowing to satisfy these conditions provided in the article gives the chance for the vigorous independent research activity within a specific mathematical problem, the analysis of the received facts and prediction of results of the actions, realizes a possibility of practical use of theoretical knowledge.

Keywords: basic educational values; research activity; creative activity; cognitive motivation; self-education; number theory.

Профессиональная подготовка будущего педагога содержит в себе множество аспектов, касающихся той или иной стороны его предстоящей деятельности [6, с. 137]. Выбирая сферу образования как область своей дальнейшей реализации, молодой специалист должен быть готов к ее современным, достаточно жестким, требованиям, которые не ограничиваются только опытом деятельности, умениями и знаниями, приобретенными в вузе, то есть уровнем обученности. С самого начала работы необходимо включение в активную творческую деятельность и в непрерывный процесс самообразования [3, с. 39, 4, с. 13, 11, с. 89, 16, с. 137].

В данных условиях профессиональная готовность специалиста связана с освоением ключевых и профессиональных компетенций. Среди базовых образовательных ценностей выделяются, в частности, приоритет развития и саморазвития личности, формирования универсальных учебных действий, развитие познавательной мотивации [7, с. 379–380]. Обучающиеся должны видеть проблемную ситуацию, уметь актуализировать необходимые знания и умения для ее решения и применять их. Для воспитания таких качеств обязательным условием является вовлечение в достаточно регулярную деятельность по приобретению знаний, умений и их целенаправленному применению [1, с. 82, 5, с. 62]. В такой ситуации практические занятия и их организация приобретают особую значимость, поскольку может быть реализована исследовательская деятельность – одна из ключевых для будущего педагога [2, с. 150, 8 с. 164]. Создание условий для этого включает соответствующий отбор содержания и форм деятельности на занятиях по различным дисциплинам, особенно математическим, чему способствуют и задания арифметического содержания на решение и построение неопределенных (диофантовых) уравнений [10, с. 36, 12, с. 84, 13, с. 185, 14, с. 280, 15, с. 48, 17, с. 57, 18, с. 108–112, 19, с. 91–94].

Для выполнения такого вида заданий может применяться метод исследования возможных остатков от деления алгебраического выражения, содержащего одну или более переменных на какое-либо целое число [9, с. 152, 20, с. 3–5].

Так, например, куб целого числа x^3 при делении на число 9 может давать остатки 0; 1; 8. Это обстоятельство используем для решения и составления уравнений вида

$$ax^3 - by^n = c \quad (1)$$

a, b, c – целые числа, b делится на 9, n – натуральное число.

Если при любом целочисленном значении x число ax^3 и число c при делении на 9 дают разные остатки, то есть $ax^3 \not\equiv c \pmod{9}$, то уравнение (1) в целых числах неразрешимо, например: $a = 5$, $b = 63$, $c = 2018$, n – любое натуральное число.

Для построения разрешимого уравнения вида (1), решения которого могут быть найдены данным методом, числа a и c выбираются так, чтобы число ax^3 при делении на 9 для некоторых значений x давало тот же остаток, что и число c ; $b = 9$; $n = 1$. Например, уравнение

$$2x^3 - 9y = 2018 \quad (2)$$

имеет бесконечное множество решений, так как при $x = 9t + 1; 9t + 4; 9t + 7$, где t – любое целое число, число $2x^3$ при делении на 9 дает остаток 2, как и число 2018. Подставляя найденные значения для переменной x в уравнение (2), получим соответствующие формулы для переменной y .

Полагаем, в формуле (1) число b – простое нечетное. Тогда полученное уравнение можно исследовать с помощью теории первообразных корней и индексов, используя таблицы индексов и антииндексов.

Например, при $a = 1$, $b = 23$, $n = 1$, $c = 2018$ получаем уравнение

$$x^3 - 23y = 2018 \quad (3)$$

Перейдем к сравнению по модулю 23, его индексировав и после преобразований получаем сравнение $\text{ind } x \equiv 17 \pmod{22}$, из которого находим $x \equiv 15 \pmod{23}$, то есть $x = 23t + 15$, t – любое целое число. Подставив полученную формулу для переменной x в уравнение (3), найдем соответствующую формулу для переменной y .

Если в формуле (1) выберем $a = 13$, $b = 37$, $c = 2018$, то получим уравнение

$$13x^3 - 37y^n = 2018,$$

которое в целых числах неразрешимо, так как, перейдя от него к сравнению по модулю 37 и проиндексировав это сравнение, получим неразрешимое сравнение $3 \text{ind } x \equiv 14 \pmod{36}$.

Исследуем уравнение вида

$$ax^3 = by^n + c \quad (4)$$

x, y, a, b, c – натуральные числа.

Так как число $y!$ при $y \geq 6$ делится на 9, уравнение (4) при условии, что для любого числа x $ax^3 \not\equiv c \pmod{9}$, решений не имеет. Поэтому уравнение (4) может иметь решения лишь при $1 \leq y \leq 5$. Опишем процесс подбора чисел a, b, c в уравнении (4), при которых оно будет иметь решения. Например, число $5x^3$ при делении на 9 может давать остатки 0; 4; 5, а число 2018 – остаток 2, поэтому при этих числах уравнение (4) может иметь решения, если $1 \leq y \leq 5$. Выбираем значение для переменной y , например, $y = 3$, тогда

$$5x^3 = 6b + 2018. \quad (5)$$

В равенстве (5) подбираем значение для переменной x : наименьшее возможное значение $x = 10$, тогда из (5) $b = 497$.

Получаем уравнение

$$5x^3 = 497y! + 2018,$$

которое имеет одно решение $x = 10, y = 3$, в чем убеждаемся после проверки всех возможных значений для переменной y .

Проведенное исследование показывает также, что уравнение

$$x^3 + 3ax^2 + 3a^2x = by! + c \Leftrightarrow (x + a)^3 = by! + c + a^3$$

при условии $c + a^3 \not\equiv 0; 1; 8 \pmod{9}$ может иметь решения в натуральных числах x, y , если $1 \leq y \leq 5$. Например, уравнение

$$x^3 + 3x^2 + 3x = 178y! + 2018$$

имеет одно решение: $x = 12, y = 1$.

Алгебраическое выражение $x^3 + y^3$ при делении на 9 может давать остатки 0; 1; 2; 7; 8. Поэтому уравнения вида

$$x^3 + y^3 = bz! + c \quad (6)$$

при $c \equiv 3; 4; 5; 6 \pmod{9}$ могут иметь решения в натуральных числах x, y, z лишь при $1 \leq z \leq 5$.

Для конструирования разрешимого уравнения (6) выбираем число c , например, $c = 5$, и значение для переменной z .

Полагая $z = 2$, получаем

$$x^3 + y^3 = 2b + 5 \quad (7)$$

Далее подбираем значения для переменных x, y , учитывая при этом, что правая часть ра-

венства (7) – число нечетное, поэтому числа x, y – различной четности, например, $x = 5, y = 6$. Из равенства (7) находим соответствующее значение для числа b и получаем уравнение

$$x^3 + y^3 = 168z! + 5,$$

которое имеет два решения: $x = 5, y = 6, z = 2$ и $x = 6, y = 5, z = 2$.

Рассмотрим более общее уравнение:

$$ax^3 + by^3 = cz! + d, \quad (8)$$

a, b, c, d, x, y, z – натуральные числа.

Если числа a, b, d таковы, что для любых x, y выполняется условие

$$ax^3 + by^3 \not\equiv d \pmod{9}, \quad (9)$$

то уравнение (8) при $z \geq 6$ решений иметь не будет. Наличие решений при $1 \leq z \leq 5$ проверяется непосредственно.

Построение уравнения вида (8), имеющего хотя бы одно решение, начинаем с подбора чисел a, b, d так, чтобы выполнялось условие (9).

Например, алгебраическое выражение $2x^3 + 5y^3$ при делении на 9 не дает остатков 1; 8, а число $d = 37$ дает остаток 1. Поэтому уравнение

$$2x^3 + 5y^3 = cz! + 37 \quad (10)$$

не имеет решений при $z \geq 6$.

Далее выбираем значения для переменных x, y, z , например, $x = 4, y = 3, z = 1$, подставляем эти числа в равенство (10), находим $c = 226$ и составленное уравнение принимает вид

$2x^3 + 5y^3 = 226z! + 37$, которое имеет одно решение: $x = 4, y = 3, z = 1$

Алгебраическое выражение $x^3 + y^3 + z^3$ при любых целых числах x, y, z не может давать остатки 4; 5 при делении на число 9. Поэтому уравнение

$$x^3 + y^3 + z^3 = at! + b, \quad (11)$$

если $b \equiv 4; 5 \pmod{9}$ (12)

не имеет решений при $t \geq 6$. Опишем процесс построения разрешимого в натуральных числах x, y, z, t уравнения (11) при $1 \leq t \leq 5$. Вначале выбираем число b , удовлетворяющее сравнению (12): $b = 4$. Далее подбираем тройку чисел x, y, z . Один из вариантов $x = 7, y = 2, z = 1$. Поставляем в уравнение (11): $at! + b = 352 \Leftrightarrow$

$at! = 348$. Отсюда имеем возможные варианты для числа $t: 1; 2; 3$. Полагая $t = 3$, получаем $a = 58$ и составленное уравнение $x^3 + y^3 + z^3 = 58t! + 4$ имеет решения:

$$\{(1; 2; 7; 3), (1; 7; 2; 3), (2; 1; 7; 3), (2; 7; 1; 3), (7; 1; 2; 3), (7; 2; 1; 3)\}.$$

Использование заданий приведенного содержания при изучении «Теории чисел» способствует реализации компетентностного и практико-ориентированного подходов, развитию профессиональной мотивации, познавательной самостоятельности обучающегося, и как следствие, приобретению опыта практического использования знаний в рамках данной дисциплины.

Библиографический список

1. Бобылева, О. В. Метод проектов при изучении дисциплины «Алгебра и теория чисел» [Текст] / О. В. Бобылева // Обучение и воспитание: методики и практика 2013/2014 учебного года : сборник материалов XIV Международной научно-практической конференции. – Новосибирск : Изд-во ЦРНС, 2014. – С. 82–85.
 2. Кондаурова, И. К., Гусева, М. А. Активизация исследовательской деятельности будущих педагогов-математиков в условиях классического университета [Текст] / И. К. Кондаурова, М. А. Гусева // Математика и математическое образование : сборник трудов VII Международной научной конференции «Математика. Образование. Культура». – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2015. – С. 150–151.
 3. Митенева, С. Ф. Творческая активность студентов как компонент профессиональной подготовки учителя математики [Текст] / С. Ф. Митенева // Профессионально-педагогическая направленность математической подготовки учителя математики в педвузах и университетах в современных условиях : материалы 29-го Всероссийского семинара преподавателей математики высших учебных заведений. – М. : Изд-во МГПУ, 2010. – С. 39.
 4. Мохова, Л. Н. Организация исследовательской работы студентов по математике [Текст] / Л. Н. Мохова // Профессионально-педагогическая направленность математической подготовки учителя математики в педвузах и университетах в современных условиях : материалы 29-го Всероссийского семинара преподавателей математики высших учебных заведений. – М. : Изд-во МГПУ, 2010. – С. 12–13.
 5. Рябинова, Е. Н., Хайруллина, Р. Н. Технология организации самообразовательной деятельности студентов при изучении высшей математики [Текст] / Е. Н. Рябинова, Р. Н. Хайруллина // Математика и математическое образование : сборник трудов VI Международной научной конференции «Математика. Об-
- разование. Культура». – Тольятти : Изд-во ТГУ, 2013. – С. 62–65.
6. Смирнов, Е. И., Белкина, В. Н., Тихомиров, А. С., Трошина, Т. Л. Фундирование в определении содержания математического образования будущего учителя [Текст] / Е. И. Смирнов, В. Н. Белкина, А. С. Тихомиров, Т. Л. Трошина // Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, 2013. – Том II. Психолого-педагогические науки. – № 3. – С. 134–140.
 7. Смирнов, Е. И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога [Текст] : монография / Е. И. Смирнов. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, 2012. – 646 с.
 8. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. Задачи как средство организации исследовательской деятельности студентов [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Задачи в обучении математике, физике и информатике: теория, опыт, инновации : сборник материалов второй международной научно-практической конференции. – Вологда : ВоГУ, 2017. – С. 164–167.
 9. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. Использование диофантовых уравнений как средств совершенствования учебной деятельности студентов в обучении математике [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Вестник Поморского университета. Научный журнал. – Архангельск : Изд-во ПГУ им. М. В. Ломоносова. – 2011. – № 6. – С. 151–156.
 10. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. Использование теории многочленов для составления и решения диофантовых уравнений в процессе изучения теоретико-числового материала [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ им. К. Д. Ушинского. – 2014. – Том II. Психолого-педагогические науки. – № 4. – С. 36–40.
 11. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. Исследовательские задания как средство активизации самостоятельной познавательной деятельности будущих учителей математики [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Перспективные научные исследования – 2015 : материалы XI Международной научно-практической конференции (17–25 февраля 2015). – София : Изд-во Бял ГРАД–БГ, Республика Болгария. – 2015. – Том 6. – С. 89–93.
 12. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. Методика конструирования арифметических задач при изучении теоретико-числовых тем [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. – 2016. – № 3. – С. 84–87.
 13. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. Об арифметической составляющей математического образования будущего учителя математики [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона. Выпуск 17, периодический межвузовский сборник научно-

методических работ. – Киров : Изд-во ООО «Радуга-ПРЕСС», 2015. – С. 184–189.

14. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. Обучение методам конструирования задач с целью повышения качества подготовки учителя математики [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Сборник материалов международного форума по математическому образованию, посвященного 225-летию Н. И. Лобачевского «Н. И. Лобачевский и математическое образование в России». – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2017. – Т. 1. – С. 279–282.

15. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. О методах составления некоторых типов задач и их использования как средства организации исследовательской деятельности студентов [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Наука и школа. Общероссийский научно-педагогический журнал. – 2014. – № 1. – С. 48–51.

16. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. О совершенствовании подготовки учителя математики посредством обучения методам составления задач [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Проблемы математики, ее истории и методики преподавания на современном этапе : материалы заочной Всероссийской конференции. – Пермь : ПГГПУ, 2017. – С. 137–140.

17. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. О совершенствовании профессиональной подготовки будущего учителя математики [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Международный научно-исследовательский журнал. – 2016. – № 1 (43). – Ч. 4. – С. 57–60.

18. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. О формировании мотивационно-ценностного компонента математической подготовки будущего учителя [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. – Ярославль : Изд-во ЯГПУ им. К. Д. Ушинского. – 2015. – № 5. – С. 108–112.

19. Хамов, Г. Г., Тимофеева, Л. Н. Развитие творческой активности студентов при изучении теоретико-числового материала [Текст] / Г. Г. Хамов, Л. Н. Тимофеева // Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. – 2017. – № 5. – С. 91–94.

20. Хамов, Г. Г. Элементы теории диофантовых уравнений в задачах и упражнениях [Текст] : учеб. пособие / Г. Г. Хамов. – Л. : Изд-во ЛГПИ им. А. И. Герцена, 1986. – 73 с.

Bibliograficheskij spisok

1. Bobyleva, O. V. Metod proektov pri izuchenii discipliny «Algebra i teorija chisel» [Текст] / O. V. Bobyleva // Obuchenie i vospitanie: metodiki i praktika 2013/2014 uchebnogo goda : sbornik materialov XIV Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. – Novosibirsk : Izd-vo CRNS, 2014. – С. 82–85.

2. Kondaurova, I. K., Guseva, M. A. Aktivizacija issledovatel'skoj dejatel'nosti budushhikh pedagogov-matematikov v usloviyah klassicheskogo universiteta

[Текст] / I. K. Kondaurova, M. A. Guseva // Matematika i matematicheskoe obrazovanie : sbornik trudov VII Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Matematika. Obrazovanie. Kul'tura». – Tol'jatti : Izd-vo TGU, 2015. – С. 150–151.

3. Miteneva, S. F. Tvorcheskaja aktivnost' studentov kak komponent professional'noj podgotovki uchitelja matematiki [Текст] / S. F. Miteneva // Professional'no-pedagogicheskaja napravlennost' matematicheskoy podgotovki uchitelja matematiki v pedvuzah i universitetah v sovremennyh usloviyah : materialy 29-go Vserossijskogo seminaru prepodavatelej matematiki vysshih uchebnyh zavedenij. – M. : Izd-vo MGPU, 2010. – С. 39.

4. Mohova, L. N. Organizacija issledovatel'skoj raboty studentov po matematike [Текст] / L. N. Mohova // Professional'no-pedagogicheskaja napravlennost' matematicheskoy podgotovki uchitelja matematiki v pedvuzah i universitetah v sovremennyh usloviyah : materialy 29-go Vserossijskogo seminaru prepodavatelej matematiki vysshih uchebnyh zavedenij. – M. : Izd-vo MGPU, 2010. – С. 12–13.

5. Rjabinova, E. N., Hajrullina, R. N. Tehnologija organizacii samoobrazovatel'noj dejatel'nosti studentov pri izuchenii vysshej matematiki [Текст] / E. N. Rjabinova, R. N. Hajrullina // Matematika i matematicheskoe obrazovanie : sbornik trudov VI Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Matematika. Obrazovanie. Kul'tura». – Tol'jatti : Izd-vo TGU, 2013. – С. 62–65.

6. Smirnov, E. I., Belkina, V. N., Tihomirov, A. S., Troshina, T. L. Fundirovanie v opredelenii soderzhanija matematicheskogo obrazovanija budushhego uchitelja [Текст] / E. I. Smirnov, V. N. Belkina, A. S. Tihomirov, T. L. Troshina // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. Nauchnyj zhurnal. – Jaroslavl' : Izd-vo JaGPU im. K. D. Ushinskogo, 2013. – Tom II. Psihologo-pedagogicheskie nauki. – № 3. – С. 134–140.

7. Smirnov, E. I. Fundirovanie opyta v professional'noj podgotovke i innovacionnoj dejatel'nosti pedagoga [Текст] : monografija / E. I. Smirnov. – Jaroslavl' : Izd-vo JaGPU im. K. D. Ushinskogo, 2012. – 646 s.

8. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. Zadachi kak sredstvo organizacii issledovatel'skoj dejatel'nosti studentov [Текст] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Zadachi v obuchenii matematike, fizike i informatike: teorija, opyt, innovacii : sbornik materialov vtoroj mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii. – Vologda : VoGU, 2017. – С. 164–167.

9. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. Ispol'zovanie diofantovyh uravnenij kak sredstv sovershenstvovanija uchebnoj dejatel'nosti studentov v obuchenii matematike [Текст] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Vestnik Pomorskogo universiteta. Nauchnyj zhurnal. – Arhangel'sk : Izd-vo PGU im. M. V. Lomonosova. – 2011. – № 6. – С. 151–156.

10. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. Ispol'zovanie teorii mnogochlenov dlja sostavlenija i reshenija diofan-

tovyh uravnenij v processe izuchenija teoretiko-chislovogo materiala [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. Nauchnyj zhurnal. – Jaroslavl': Izd-vo JaGPU im. K. D. Ushinskogo. – 2014. – Tom II. Psihologo-pedagogicheskie nauki. – № 4. – С. 36–40.

11. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. Issledovatel'skie zadaniya kak sredstvo aktivizacii samostojatel'noj poznatel'noj dejatel'nosti budushhijh uchitelej matematiki [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Perspektivnye nauchnye issledovaniya – 2015: materialy XI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii (17–25 fevralja 2015). – Sofija: Izd-vo Bjal GRAD–BG, Respublika Bolgarija. – 2015. – Tom 6. – С. 89–93.

12. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. Metodika konstruirovaniya arifmeticheskikh zadach pri izuchenii teoretiko-chislovyh tem [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. – 2016. – № 3. – С. 84–87.

13. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. Ob arifmeticheskoy sostavljajushhej matematicheskogo obrazovaniya budushhego uchitelja matematiki [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Matematicheskij vestnik pedvuzov i universitetov Volgo-Vjatskogo regiona. Vypusk 17, periodicheskij mezhvuzovskij sbornik nauchno-metodicheskikh rabot. – Kirov: Izd-vo OOO «Raduga-PRESS», 2015. – С. 184–189.

14. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. Obuchenie metodam konstruirovaniya zadach s cel'ju povysheniya kachestva podgotovki uchitelja matematiki [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Sbornik materialov mezhdunarodnogo foruma po matematicheskomu obrazovaniju, posvjashhennogo 225-letiju N. I. Lobachevskogo «N. I. Lobachevskij i matematicheskoe obrazovanie v Rossii». – Kazan': Izd-vo Kazan. un-ta, 2017. – Т. 1. – С. 279–282.

15. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. O metodah sostavleniya nekotoryh tipov zadach i ih ispol'zovaniya kak sredstva organizacii issledovatel'skoj dejatel'nosti studentov [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Nauka i shkola. Obshherossijskij nauchno-pedagogicheskij zhurnal. – 2014. – № 1. – С. 48–51.

16. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. O sovershenstvovanii podgotovki uchitelja matematiki posredstvom obuchenija metodam sostavleniya zadach [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Problemy matematiki, ee istorii i metodiki prepodavaniya na sovremenom jetape: materialy zaochnoj Vserossijskoj konferencii. – Perm': PGGPU, 2017. – С. 137–140.

17. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. O sovershenstvovanii professional'noj podgotovki budushhego uchitelja matematiki [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal. – 2016. – № 1 (43). – Ch. 4. – С. 57–60.

18. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. O formirovanii motivacionno-cennostnogo komponenta matematicheskoy podgotovki budushhego uchitelja [Tekst] / G. G. Hamov,

L. N. Timofeeva // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. Nauchnyj zhurnal. – Jaroslavl': Izd-vo JaGPU im. K. D. Ushinskogo. – 2015. – № 5. – С. 108–112.

19. Hamov, G. G., Timofeeva, L. N. Razvitie tvorcheskoj aktivnosti studentov pri izuchenii teoretiko-chislovogo materiala [Tekst] / G. G. Hamov, L. N. Timofeeva // Jaroslavskij pedagogicheskij vestnik. Nauchnyj zhurnal. – 2017. – № 5. – С. 91–94.

20. Hamov, G. G. Jelementy teorii diofantovyh uravnenij v zadachah i uprazhnenijah [Tekst]: ucheb. posobie / G. G. Hamov. – L.: Izd-vo LGPI im. A. I. Gercena, 1986. – 73 s.

Reference List

1. Bobyleva O. V. Method of projects when studying discipline «Algebra and the theory of numbers» / O. V. Bobyleva // Training and education: techniques and practice 2013/2014 academic years: collection of materials of XIV the International scientific and practical conference. – Novosibirsk: TsRNS Publishing House, 2014. – P. 82–85.

2. Kondaurova I. K., Guseva M. A. Activization of research activity of future teacher-mathematicians in conditions of the classical university / I. K. Kondaurova, M. A. Guseva // Mathematician and mathematical education: collection of works of the VII International scientific conference «Mathematics. Education. Culture». – Toliyatti: TSU Publishing House, 2015. – P. 150–151.

3. Miteneva S. F. Creative activity of students as a component of vocational training of the Mathematics teacher / S. F. Miteneva // Professional and pedagogical orientation of mathematical training of the mathematics teacher in teacher training Universities and the universities in modern conditions: materials of the 29th All-Russian seminar of teachers of mathematics of higher educational institutions. – M.: MSPU Publishing House, 2010. – P. 39.

4. Mokhova L. N. Organization of research of students on Mathematics / L. N. Mokhova // Professional and pedagogical orientation of mathematical training of the teacher of Mathematics in teacher training Universities and the universities in modern conditions: materials of the 29th All-Russian seminar of Mathematics teachers of higher educational institutions. – M.: MSPU Publishing House, 2010. – P. 12–13.

5. Ryabinova E. N., Khairullina R. N. Technology of the organization of students' self-educational activity when studying higher mathematics / E. N. Ryabinova, R. N. Khairullina // Mathematician and mathematical education: collection of works of the VI International scientific conference «Mathematics. Education. Culture». – Toliyatti: TSU Publishing House, 2013. – P. 62–65.

6. Smirnov E. I., Belkina V. N., Tikhomirov A. S., Troshina, T. L. Founding in determination of content of future teachers' mathematical education / E. I. Smirnov, V. N. Belkina, A. S. Tikhomirov, T. L. Troshina // Yaroslavl Pedagogical Bulletin. Scientific magazine. – Yaroslavl: Publishing House of YSPU named after

K. D. Ushinsky, 2013. – Volume II. Psychology and pedagogical sciences. – № 3. – С. 134–140.

7. Smirnov E. I. Founding of experience in the teacher's professional training and innovative activity: monograph / E. I. Smirnov. – Yaroslavl : Publishing House of YSPU named after K. D. Ushinsky, 2012. – 646 p.

8. Khamov G. G., Timofeeva L. N. Tasks as means of students' research activity organization / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Tasks in training in mathematics, physics and informatics: theory, experience, innovations: collection of materials of the second international scientific and practical conference. – Vologda: VoSU, 2017. – P. 164–167.

9. Khamov G. G., Timofeeva L. N. Use of the Diophantine equations as a means to improve students' educational activity in training mathematics / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Bulletin of Pomor University. Scientific magazine. – Arkhangelsk: Publishing House of PSU named after f M. V. Lomonosov. – 2011. – № 6. – P. 151–156.

10. Khamov G. G., Timofeeva L. N. Use of the theory of polynomials for drawing up and the solution of the Diophantine equations in the course of studying of number-theoretic material / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Yaroslavl Pedagogical Bulletin. Scientific magazine. – Yaroslavl : Publishing House of YSPU named after K. D. Ushinsky. – 2014. – Volume II. Psychology and pedagogical sciences. – № 4. – С. 36–40.

11. Khamov G. G., Timofeeva L. N. Research tasks as a means of activization of independent cognitive activity of future mathematics teachers / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Perspective scientific research – 2015: materials of the XI International scientific and practical conference (on February 17–25, 2015). – Sofia: Byal GRAD-BG Publishing House, Republic of Bulgaria. – 2015. – Volume 6. – P. 89–93.

12. Khamov G. G., Timofeeva L. N. Method of designing of arithmetic tasks when studying theoretic-numerical subjects / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Yaroslavl Pedagogical Bulletin. – 2016. – № 3. – С. 84–87.

13. Khamov G. G., Timofeeva L. N. About an arithmetic component of mathematical education of future Mathematics teacher / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Mathematical bulletin of pedagogical universities and

universities of the Volga-Vyatka Region. Release 17, periodic interuniversity collection of scientific and methodical works. – Kirov : OOO Raduga-PRESS Publishing house, 2015. – P. 184–189.

14. Khamov G. G., Timofeeva L. N. Training in methods of task designing to improve quality of training of Mathematics teacher / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // the Collection of materials of the international forum by mathematical education devoted to N. I. Lobachevsky's 225 anniversary «N. I. Lobachevsky and mathematical education in Russia». – Kazan: Kazan University Publishing House, 2017. – Т. 1. – С. 279–282.

15. Khamov G. G., Timofeeva L. N. On methods of drawing up some types of tasks and their uses as means of the organization of students' research activity / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Science and school. All-Russian scientific and pedagogical magazine. – 2014. – № 1. – С. 48–51.

16. Khamov G. G., Timofeeva L. N. On improvement of training of the mathematics teacher by means of training in methods of drawing up problems / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Problems of Mathematics, its history and a technique of teaching at the present stage: materials of the All-Russian conference. – Perm : PSHPU, 2017. – P. 137–140.

17. Khamov G. G., Timofeeva L. N. On improvement of professional training of future Mathematics teacher / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // International research magazine. – 2016. – № 1 (43). – P. 4. – P. 57–60.

18. Khamov G. G., Timofeeva L. N. On formation of a motivational and valuable component of mathematical training of the future teacher / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Yaroslavl Pedagogical Bulletin. Scientific magazine. – Yaroslavl : Publishing House of YSPU named after K. D. Ushinsky. – 2015. – № 5. – P. 108–112.

19. Khamov G. G., Timofeeva L. N. Development of students' creative activity when studying number-theoretic material / G. G. Khamov, L. N. Timofeeva // Yaroslavl Pedagogical Bulletin. Scientific magazine. – 2017. – № 5. – P. 91–94.

20. Khamov G. G. Elements of the theory of the Diophantine equations in tasks and exercises: manual / G. G. Khamov. – L. : Publishing House of LSPI named after A. I. Herzen, 1986. – 73 p.